U LISBOA | UNIVERSIDADE DE LISBOA

LISBON SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT
UNIVERSIDADE DE LISBOA

Microeconomia II

CADERNO DE EXERCÍCIOS 2017/2018

Índice

1. Monopólio

A. Questões de Escolha Múltipla

1 Para cada preço, a receita marginal é tanto mais alta:

a) Quanto mais elástica for a procura;

b) Quanto mais rígida for a procura;

c) Quanto mais próxima de -1 for a elasticidade-preço da procura;

d) Nenhuma das outras alternativas está correta.

2 A curva da procura é $p = a - by$. Então a receita marginal é:

a) $MR = a/2 - by$;

b) $MR = 2a - by$;

c) $MR = a - by/2$;

d) $MR = a - 2by$.

3 A curva da procura é $y = 20 - 0.5p$. Então a receita marginal é:

a) $MR = 10 - y$;

b) $MR = 40 - 4y$;

c) $MR = 20 - 0.25y$;

d) $MR = 20 - 2y$.

4 Em que circunstâncias é a receita marginal negativa?

a) Sempre;

b) Nunca;

c) Se a procura for elástica;

d) Se a procura for rígida.

5 Se a elasticidade-preço da procura for constante, a receita marginal:

a) É zero:

b) É constante, não necessariamente zero;

c) Diminui quando a quantidade aumenta;

d) Nenhuma das outras alternativas está correcta.

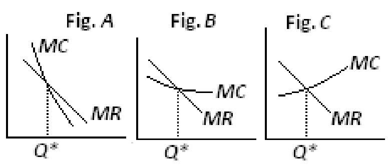
6 Em qual das figuras é Q* a quantidade que maximiza o lucro?

a) Em todas;

b) Só na C;

c) Só na A e C;

d) Só na B e C.



7 Um monopolista tem custos marginais constantes e enfrenta uma curva de procura linear. Se o governo lançar um novo imposto de €6 por unidade, o preço maximizador do lucro irá:

a) Aumentar €3;

b) Aumentar €6;

c) Aumentar €12;

d) Nenhuma das outras alternativas está correcta.

8 Um monopolista com custos marginais constantes enfrenta uma procura com elasticidade-preço

constante. Se o governo lançar um novo imposto de €6 por unidade, o preço maximizador do lucro irá:

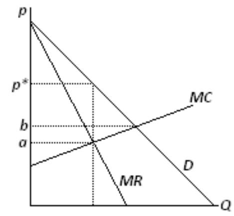
a) Aumentar €3;
b) Aumentar €6;
c) Aumentar mais que €6;
d) Aumentar entre €3 e €6.

9 Um monopolista maximiza o lucro apenas na secção elástica da curva da procura porque:

a) Caso contrário poderia reduzir produção e custos, aumentando ou mantendo a receita;
b) Pode cobrar um preço mais alto nessa secção;
c) Pode vender maior quantidade nessa secção;
d) Tem mais poder de mercado nessa secção.

10 A figura mostra um monopolista que cobra um preço *p**. Se o governo impuser ao monopolista um preço máximo p_c, o monopolista aumentará a produção se:

a) Um preço máximo nunca leva a um aumento de produção.
b) $b < p_c < p^*$.
c) $a < p_c < p^*$.
d) $p_c < p^*$.



B. Questões Abertas

1 O *Nhame Nhame* é um restaurante de sashimi gourmet em Viana da Beira. A tabela seguinte indica a procura que lhe é dirigida e os custos totais.

Refeições por dia	Disposição marginal a pagar, €	Custo Total, €
0	-	50
1	100	90
2	90	120
3	80	150
4	70	185
5	62	227
6	55	276
7	45	336

a) Este restaurante tem poder monopolístico? Explique.

b) Calcule a receita marginal. Explique o andamento da diferença entre receita marginal e preço à medida que o número de refeições aumenta. Ilustre graficamente o efeito preço e o efeito quantidade para a segunda e quarta unidade.

c) Obtenha a quantidade e preço óptimo e o lucro.

d) Calcule o peso morto do monopólio. Explique.

e) Suponha que o presidente da câmara ameaça paralisar o restaurante com inspecções frequentes e assédio legal se o restaurante não limitar o seu preço a €50 por refeição. A ameaça é credível. Qual é nova receita marginal? Explique. Qual é nova quantidade, preço e lucro?

2 Deduza a receita marginal em função da elasticidade-preço da procura, e demonstre que o monopolista não maximiza o lucro se operar na parte rígida da curva da procura.

3 *Quê ò Qubo* é uma empresa monopolística que enfrenta a curva de procura $y(p) = 100 - 2p$. A sua função de custo é $c(y) = 10y$.

a) Compare o preço e a receita marginal se a empresa vender 10 unidades. E se vender 20? E 30? Explique o andamento da diferença entre preço e receita marginal à medida que a quantidade aumenta.

b) Sem calcular a quantidade óptima, explique se alguma das quantidades anteriores pode ser a óptima.

c) Quanto é a elasticidade-preço da procura quando o preço é €20? Sem calcular a quantidade ou preço óptimo explique se um preço de €20 pode ser óptimo. E um preço de €25?

d) Calcule a quantidade e preço óptimo e o lucro.

e) Calcule o peso morto do monopólio. Interprete.

f) Calcule o *markup* no ponto óptimo.

g) Deduza a expressão genérica da receita marginal e do *markup* em função da elasticidade-preço da procura. A partir desta expressão e do valor do *markup* obtenha o valor da elasticidade-preço da procura no ponto óptimo.

h) Calcule directamente a partir da curva da procura a elasticidade-preço da procura no ponto óptimo, e confirme o valor obtido na alínea anterior.

4 Um mercado com curva de procura $p(y) = 30 - 0.2y$ é abastecido por uma única empresa, cuja função de custo é $c(y) = 10y$. Mais nenhuma empresa pode entrar no mercado.

a) Represente graficamente as curvas da procura, receita marginal e custo marginal, e custo médio.

b) Obtenha o lucro máximo e quantidade e preço correspondentes. Identifique a área correspondente ao lucro no gráfico anterior.

c) Um novo regulamento de segurança acarreta à empresa um custo fixo de 200. Como se alteram o lucro máximo e quantidade e preço correspondentes?

d) E se o novo custo fixo fosse 600?

e) Um aumento dos custos de energia aumenta em 4 o custo por unidade produzida. Relativamente à alínea b), como se alteram o lucro máximo e quantidade e preço correspondentes?

5 O Governo lança um imposto de €10 por unidade vendida por um monopólio. Qual o efeito deste imposto no preço se o monopólio:

a) Enfrentar uma curva de procura linear e tiver custos marginais constantes?

b) Enfrentar uma curva de procura linear e tiver custos marginais crescentes?

c) Enfrentar uma curva de procura linear e tiver custos marginais decrescentes?

d) Enfrentar uma procura com elasticidade constante igual -2 e tiver custos marginais constantes?

6 Em qual dos seguintes casos será de esperar um mercado monopolístico? Explique.

a) A função de custo é $c(y) = y^2 + 25$ se $y > 0$ e $c(0) = 0$, e a procura é dada por $y(p) = 210 - p$.

b) A função de custo é a mesma que a anterior, e a procura é dada por $y(p) = 16 - p$.

c) A função de custo é $c(y) = y + 25$ se $y > 0$ e $c(0) = 0$, e a procura é dada por $y(p) = 210 - p$.

7 Suponha que o governo lança um imposto de 20% sobre o lucro económico dum monopólio.

a) Qual o efeito do imposto sobre a quantidade óptima? E sobre o preço?

b) É de esperar que o efeito do IRC seja o mesmo que o da alínea anterior?

8 Uma empresa é um monopólio no mercado nacional. O comércio internacional é proibido. A curva inversa da procura no mercado nacional é $p(y) = 60 - y$. A função de custo da empresa é $c(y) = 0{,}5y^2$.

a) Obtenha a quantidade e preço óptimos, o lucro e o peso morto do monopólio.

b) O país abre-se ao comércio internacional. O preço no mercado internacional é 28. Não há custos de transporte. Qual vai ser a quantidade produzida pela empresa, a quantidade vendida no mercado nacional, as importações ou exportações? Qual o efeito no excedente total (excedente do consumidor + excedente do produtor? Qual a variação dos lucros da empresa?

c) Agora, o governo proíbe as importações, mas a exportações são permitidas. Quanto vai a empresa vender no mercado nacional e quanto no mercado externo? Qual vai ser o preço interno. Qual é o lucro? Comente os resultados.

C. Respostas às questões de Escolha Múltipla

1a 2d 3b 4d 5c 6d 7a 8c 9a 10c.

D. Tópicos de resolução das questões abertas

1 a) Tem. A curva da procura é decrescente. Não é tomador de preço. É provavelmente o único restaurante do seu género em Viana da Beira e arredores.

b) A maneira mais fácil é calcular a receita total, e ver as diferenças. A receita marginal é $\Delta R_i = p_i - \Delta p_i \times y_{i-1}$. À medida que a quantidade aumenta p_i vai baixando, mas, se Δp_i for constante, a receita marginal baixa ainda mais porque y_{i-1} vai aumentando. Ver ilustração no capítulo da procura.

c) É necessário calcular agora o custo marginal. A receita marginal supera o custo marginal até à quarta unidade e é-lhe inferior a partir daí. Quatro refeições a um preço de €70 é a decisão óptima. O Lucro é €95.

d) A disposição marginal a pagar supera o custo marginal até à sexta refeição. O excedente líquido que a quinta e a sexta refeições gerariam se fossem produzidas e consumidas, €20 + €6 = €26, é o peso morto do monopólio.

e) O restaurante não pode cobrar um preço superior a €50. A este preço a quantidade procurada é 6. Então a receita marginal é €50 até à sexta refeição. A receita total de 6 refeições é €300; de 7 é €315. Logo a receita marginal da sétima refeição é €15. €50 excede o custo marginal da sexta unidade, mas não o da sétima: 6 refeições é a quantidade ótima. O lucro é €24.

2 Ver dedução no manual: $MR = p[1 - 1/|\varepsilon|] < 0$ se $|\varepsilon| < 1$. Ou seja, a receita marginal é negativa se a procura for rígida. Logo uma redução da quantidade leva a um aumento da receita. Como os custos baixam, o lucro aumenta. Logo o monopolista não estava a maximizar o lucro.

3 a) A curva de procura inversa é $p(y) = 50 - 0{,}5y$. A função de receita total é $r(y) = 50y - 0{,}5y^2$. A função de receita marginal é $MR(y) = 50 - y$. $MR(10) = 40$, $MR(20) = 30$, $MR(30) = 20$. Genericamente a receita marginal é $\partial r(y)/\partial y = p + y\partial p(y)/\partial y$. Neste caso $\partial p(y)/\partial y$ é constante (e igual a -1), logo a diferença entre a receita marginal e o preço aumenta à medida que y aumenta.

b) Não pode. A receita marginal para aquelas quantidades é superior ao custo marginal. Logo aumentando a quantidade, o lucro aumenta.

c) A elasticidade-preço da procura é $\varepsilon(p) = \partial y(p)/\partial p \times p/y(p) = -2p/y(p)$ Logo $\varepsilon(20) = -2 \times 20/60 = -0{,}667$. Como explicado em 2), o monopolista não está a maximizar o lucro. Se o preço for €25, $\varepsilon(25) = -2 \times 25/50 = -1$. Aqui a quantidade baixa na mesma percentagem que o preço aumenta. Então, se o preço aumentar, a receita não se altera; mas o custo baixa. Logo o lucro aumenta. Portanto $p = 25$ não maximiza o lucro.

d) $MC(y) = MR(y) \Leftrightarrow 10 = 50 - y \Leftrightarrow y = 40$. $p(40) = 30$. O lucro é $p = py - c(y) = 30 \times 40 - 10 \times 40 = 800$.

e) O excedente total seria maximizado com $MC(y) = p(y) \Leftrightarrow 10 = 50 - 0{,}5y \Leftrightarrow y = 80$. O peso morto do monopólio é o excedente perdido relativamente ao máximo (ajuda visualizar graficamente): $(30-10) \times (80 - 40)/2 = 400$.

f) Tal como definido no manual o *markup* é $p/MC = 3$ (o preço é 200% acima do custo marginal).

g) Ver dedução no manual: $MR = p[1 - 1/|\varepsilon|]$. Da condição de ótimo: $MC = MR \Leftrightarrow p/MC = 1/[1 - 1/|\varepsilon|]$. Igualando a 3, obtém-se $|\varepsilon| = 1{,}5$.

h) De c) temos $\varepsilon(p) = 2p/y(p)$. Logo $\varepsilon(30) = -2 \times 30/40 = -1{,}5$.

4 a) No espaço (y, p) a curva da procura vai de (0,30) a (150,0). A função de receita total é $r(y) = 30y - 0{,}2y^2$, logo a função de receita marginal é $MR = 30 - 0{,}4y$, que vai de (0,30) a (75,0); a curva de custo marginal, $MC = 10$, é horizontal. Com custo marginal constante e sem custos fixos, o custo médio é constante e igual ao custo marginal.

b) O lucro é máximo quando $MC = MR \Leftrightarrow 10 = 30 - 0.4y \Leftrightarrow y = 50$; $p(50) = 20$. Lucro: $\pi = py - c(y) = 20 \times 50 - 10 \times 50 = 1000 - 500 = 500$. O lucro pode também ser visto como a quantidade multiplicada pelo lucro médio (diferença entre preço e custo médio); então o lucro corresponde à área do rectângulo entre a curva de custo médio (igual à do custo marginal) e a linha horizontal correspondente ao preço e com base correspondente à quantidade (10 x 40).

c) A quantidade óptima é determinada pela igualdade entre custo e receita marginal. O novo custo fixo não afecta nenhuma destas variáveis, logo a quantidade óptima, e consequentemente o preço, não se altera. O lucro baixa em 200, o montante do novo custo fixo, para 300.

d) Agora a empresa passaria a ter um prejuízo de 100, e, portanto, encerraria.

e) O custo marginal aumenta de 10 para 14. $MC = MR \Leftrightarrow 14 = 30 - 0{,}4y \Leftrightarrow y = 40$; $p(40) = 22$. Poderíamos também observar, nomeadamente pelo gráfico, que como a curva de custo marginal é horizontal, custo marginal sobe 4 (independentemente de variações da quantidade); logo, no óptimo, a receita marginal sobe 4; como a curva da receita marginal tem o dobro da inclinação da curva de procura inversa, o preço sobe 2. Lucro: $\pi = py - c(y) = 22 \times 40 - 14 \times 40 = 320$.

5 a) O custo marginal com imposto sobe €10, logo, para maximizar o lucro, a receita marginal vai subir também €10. A variação do preço é metade da variação da receita marginal, €5.

b) Como a quantidade vai diminuir, o custo marginal sem imposto baixa, logo a receita marginal não chega a aumentar €10, pelo que o preço não chega a aumentar €5.

c) Passa-se o contrário da alínea anterior. O custo marginal sem imposto sobe, logo a receita marginal vai subir mais de €10, o preço mais de €5.

d) Como já vimos em 3.g), $MR = MC \Leftrightarrow p = MC/[1 - 1/|\varepsilon|]$. Com $|\varepsilon| = 2$ fica $p = 2MC$. Ou seja, o preço vai subir €20.

6 a) A escala mínima eficiente (quantidade que minimiza o custo médio) é $y = 5$, a que corresponde um custo médio e um custo marginal de 10. A este preço, a quantidade procurada é 200, o que permite 40 empresas no mercado a operar na escala mínima eficiente. O mercado será provavelmente de concorrência perfeita.

b) Com um mercado muito menor, haveria espaço para apenas uma empresa, que será naturalmente um monopólio natural

c) O custo médio é $1 + 25/y$. Ou seja, quanto mais a empresa produzir, menor o seu custo médio. A empresa será um monopólio natural.

7 a) A função de lucro líquido de imposto do monopólio vai ser $\pi = 0{,}8 \times [r(y) - c(y)]$. A condição de maximização é $\partial\pi/\partial y = 0 \Leftrightarrow 0{,}8(MR - MC) = 0 \Leftrightarrow MR - MC = 0$. A condição de maximização do lucro não é afectada pelo imposto: o lucro líquido de imposto é 80% do lucro bruto; para maximizar 80% do lucro bruto, a empresa tem que maximizar o lucro bruto.

b) O *IRC* incide sobre o lucro contabilístico, não sobre o lucro económico. A principal diferença é que a remuneração dos capitais próprios é incluída nos custos para efeitos de lucro económico (logo não sujeita a imposto na alínea anterior), mas não para efeitos de lucro contabilístico. Assim em termos do nosso modelo, o *IRC* incide sobre o lucro económico e sobre uma parte dos custos (remuneração dos capitais próprios). Portanto o *IRC* aumenta os custos, nomeadamente o custo marginal, o que leva a uma redução da quantidade óptima e do preço.

8 a) $r(y) = 60y - y^2$. $MC(y) = MR(y)$ <= >. $y = 60 - 2y \Leftrightarrow y = 20$. $P(20) = 40$. $\pi = 40 \times 20 - 0{,}5 \times 20^2 = 600$. O excedente total é maximizado com $MC(y) = p(y) \Leftrightarrow y = 30$. O peso morto é $(p(20) - MC(20)) \times (30 - 20)/2 = (40 - 20) \times 10/2 = 100$ (visualizar em gráfico).

b) A empresa terá agora de se contentar com o preço internacional. Ela maximiza o lucro igualando o custo marginal a esse preço: $MC(y) = 28 \Leftrightarrow y = 28$. Isto é a produção da empresa. A curva da procura é $y(p) = 60 - p$. Logo a procura interna é $y(28) = 32$. As importações serão 4. Visualizando o gráfico vê-se que o aumento do excedente total corresponde ao peso morto anterior mais um bocadinho que é $(30 - 28)\text{x}(32 - 28)/2 = 4$. O excedente total aumenta em $100 + 4 = 104$.

c) A empresa pode de novo cobrar o preço que quiser no mercado nacional e exportar a um preço de 28. No mercado externo a receita marginal é 28 (ao vender uma unidade adicional, recebe 28 por essa unidade, sem redução do preço a que vende as outras unidades). Logo no mercado interno a receita marginal vai também ter que ser 28: $MR(y_i) = 28 \Leftrightarrow y_i = 16$. O custo marginal vai também ser 28, logo $y_t = 28$. As exportações são $y_e = 12$ ($y_t = y_i + y_e$, quantidade produzida = procura interna + exportações). O preço interno é $p(16) = 44$. O lucro vai ser $\pi = 28y_e + 44y_i - c(28) = 28 \times 12 + 44 \times 16 - 0{,}5 \times 28^2 = 648$. Apesar de poder vender mais no mercado interno a um prelo superior ao preço de exportação, a empresa prefere não o fazer. Para vender mais no mercado interno teria de baixar o preço, o que faria com que a receita marginal ficasse abaixo do preço internacional.

2. Comportamento Monopolista

A. Questões de Escolha Múltipla

1 Qual das seguintes alternativas é indicativa de discriminação de preços?
- a) Diferentes consumidores pagam preços diferentes;
- b) O excedente do consumidor é inferior ao que se verificaria em concorrência perfeita;
- c) Preço superior ao custo marginal;
- d) Lucros tendem para zero.

2 Na discriminação perfeita de preços a receita marginal:
- a) É superior ao preço;
- b) É igual ao preço;
- c) É inferior ao preço, não necessariamente metade;
- d) É metade do preço.

3 Um monopolista que praticava um preço único passa a discriminar preços perfeitamente. Então:
- a) O excedente do consumidor aumenta;
- b) O excedente total diminui;
- c) O peso morto do monopólio aumenta;
- d) Os antigo excedente do consumidor e peso morto do monopólio passam a ser excedente do produtor.

4 Para praticar discriminação de preços de 3º grau com sucesso, o monopolista tem de ser capaz de:
- a) Aumentar os preços em todos os mercados;
- b) Baixar a produção para aumentar os preços;
- c) Impedir a revenda do produto entre mercados;
- d) Nenhuma das outras alternativas está correcta.

5 Um monopolista é obrigado a cobrar o mesmo preço em todos os mercados. Dadas as quantidades vendidas presentemente, a procura é mais elástica no mercado A que no B. Se for permitido ao monopolista praticar preços diferentes, que poderá ele fazer para aumentar o lucro?
- a) Baixar o preço no mercado A e aumentá-lo no B;
- b) Baixar o preço no mercado B e aumentá-lo no A;
- c) Baixar o preço em ambos os mercados;
- d) Aumentar o preço em ambos os mercados.

6 Um monopolista que é livre de praticar preços diferentes em dois mercados diferentes para maximiza o lucro, deve:
- a) Ter receita marginal mais alta no mercado com procura mais elástica;
- b) Ter receita marginal mais alta no mercado com procura mais rígida;
- c) Ter receitas marginais iguais em ambos os mercados;
- d) Ter receita marginal superior no mercado onde vende mais.

7 Qual dos seguintes casos é maior o excedente total?
- a) Depende das curvas da procura e função de custo;
- b) Monopólio de preço único;
- c) Discriminação de preços de 3º grau;
- d) Discriminação perfeita de preços.

8 Qual dos seguintes aspectos NÃO é característico da concorrência monopolística?

a) Barreiras à entrada;
b) Diferenciação do produto;
c) Em equilíbrio as empresas operam na parte decrescente da curva de custos médios;
d) Cada empresa enfrenta uma curva de procura negativamente inclinada.

9 Em concorrência monopolística a receita marginal é:

a) Constante;
b) Superior ao preço;
c) Igual ao preço;
d) Inferior ao preço.

10 Na concorrência monopolística, as empresas têm poder de mercado?

a) Sim, porque existem barreiras à entrada;
b) Sim, porque o produto é diferenciado;
c) Não, porque existe concorrência entre empresas;
d) Não, porque têm lucros nulos no longo prazo.

B. Questões Abertas

1 Um monopólio vende para dois mercados com curvas inversas da procura $p_1 = 62 - y_1$ e $p_2 = 41 - 0{,}5y_2$. A curva de custo é $c(y) = 10y$ onde y é a produção total: $y = y_1 + y_2$.

a) A empresa é obrigada a praticar o mesmo preço em ambos os mercados. Obtenha a quantidade e preço óptimos e o lucro.

b) Na solução anterior, qual é a receita marginal e a elasticidade preço em cada um dos mercados? Relacione as elasticidades e as receitas marginais.

c) Sem quaisquer cálculos, o que faria a empresa se lhe fosse permitido praticar preços diferentes em cada um dos mercados?

d) A lei foi alterada, e a empresa é agora livre de praticar preços diferentes em cada mercado. Calcule as quantidades e preços óptimos em cada mercado e o lucro total. Compare os resultados com as conclusões da alínea anterior.

2 Um monopólio enfrenta as mesmas curvas de procura do exercício anterior, $p_1 = 62 - y_1$ e $p_2 = 41 - 0{,}5y_2$, mas a curva de custo é diferente: $c(y) = 0{,}05y^2 + 4{,}3y$, onde y é de novo a produção total. A empresa é livre de praticar preços diferentes.

a) Calcule as quantidades e preços óptimos em cada mercado e o lucro total.

b) Compare os resultados com o exercício anterior e comente.

c) Suponha que a procura aumenta em ambos os mercados, isto é, as curvas da procura deslocam-se para cima e para a direita. Compare qualitativamente as variações na produção e preços que se verificariam com as duas curvas de custo.

3 Um monopólio opera com a função de custo $c(y) = y$. Há dois mercados, com curvas de procura $y_1(p_1) = 11 - p_1$ e $y_2(p_2) = 14 - 4p_2$.

a) Presentemente o monopólio tem acesso apenas ao mercado 1. Obtenha a quantidade e preço óptimos e o lucro.

b) Agora o monopólio passa a poder vender nos dois mercados, mas é forçado a praticar o mesmo preço nos dois. Qual a quantidade e preço óptimos e o lucro. Compare com os resultados da alínea anterior e explique.

c) Agora a empresa pode praticar preços diferentes. Sem cálculos, explique se a empresa vai vender também no mercado 2 e, em caso afirmativo, se altera a quantidade e preço no mercado 1.

d) Calcule agora as quantidades e preços óptimos e o lucro.

e) Agora a empresa consegue discriminar preços perfeitamente. Que quantidade vai vender em cada mercado. Como variam o lucro, excedente do consumidor e excedente total?

4 Explique o equilíbrio de longo prazo numa indústria monoplasticamente competitiva. Por que razão cada empresa opera abaixo da escala mínima eficiente?

C. Respostas às questões de Escolha Múltipla

1a 2b 3d 4c 5a 6c 7d 8a 9d 10b.

D. Tópicos de resolução das questões abertas

1 a) Precisamos da curva inversa conjunta. A maneira mais fácil de a obter é primeiro obter as curvas (directas) da procura: $p_1 = 62 - y_1 \Leftrightarrow y_1 = 62 - p_1$; $p_2 = 41 - 0{,}5y_2 \Leftrightarrow y_2 = 82 - 2p_2$.
Agora obtemos a curva (directa) da procura: a quantidade global procurada a cada preço é a soma das quantidades individuais (há só um preço, $p_1 = p_2 = p$):
$y = y_1 + y_2 = 62 - p + 82 - 2p = 144 - 3p$.
A curva inversa da procura conjunta é então: $y = 144 - 3p \Leftrightarrow p = 48 - y/3$.
A receita e a receita marginal são:
$r(y) = py = (48 - y/3)y = 48y - y^2/3$;
$MR(y) = r'(y) = 48 - 2y/3$.
O custo marginal é $MC(y) = c'(y) = 10$.
A empresa maximiza o lucro com: $MC(y) = MR(y) \Leftrightarrow 10 = 48 - 2y/3 \Leftrightarrow y = 57$.
O preço óptimo e o lucro são: $p(57) = 48 - 57/3 = 29$.
$\pi = py - c(y) = 29 \text{ x } 57 - 10 \text{ x } 57 = 1083$.

b) As funções de receita marginal são: $MR_1(y_1) = 62 - 2y_1$; $MR_2(y_2) = 41 - y_2$.
As quantidades vendidas em cada mercado são:
$y_1(29) = 62 - 29 = 33$.
$Y_2(29) = 82 - 2 \text{ x } 29 = 24$.
Para estas quantidades as receitas marginais são:
$MR_1(33) = 62 - 2 \text{ x } 33 = -4$;
$MR_2(24) = 41 - 24 = 17$.
A elasticidade é $(dy/dp) \text{ x } (p/y)$. Nos casos concretos
$\varepsilon_1(33) = -1 \text{ x } 29/33 = -0{,}879$.
$\varepsilon_2(24) = -2 \text{ x } 29/24 = -2{,}417$.
Para o preço de 29, a procura no mercado 1 é rígida, $|\varepsilon_1|<1$, por isso a receita marginal é negativa. No mercado 2 a procura é elástica a um preço de 29, daí a receita marginal ser mais elevada.

c) Enquanto a receita marginal do mercado 2 superar a do mercado 1, a empresa aumenta o lucro desviando unidades do mercado 1 para o 2. Então é isso que vai fazer, o que implica aumentar o preço no mercado 1 e baixá-lo no mercado 2.

d) A empresa maximiza o lucro igualando as receitas marginais entre si, e estas ao custo marginal. Como o custo marginal é constante e igual a 10, o lucro será maximizado com ambas as receitas marginais igual a 10:
$MR_1(y_1) = 62 - 2y_1 = 10 \Leftrightarrow y_1 = 26$.
$MR_2(y_2) = 41 - y_2 = 10 \Leftrightarrow y_2 = 31$.
$p_1(26) = 62 - 26 = 36$.
$p_1(31) = 41 - 0{,}5 \text{ x } 31 = 25{,}5$.
$\pi = p_1y_1+p_2y_2 - c(y_1+y_2) = 36\text{x}26 + 25{,}5\text{x}31 - 10\text{x}(26+31) = = 1156{,}5$.
Os resultados confirmam as conclusões anteriores: a quantidade desce no mercado 1 e sobe no mercado 2; os preços variam em sentido contrário. O lucro aumenta.

2 a) Agora o custo marginal é: $MC(y) = c'(y) = 0{,}1y + 4{,}3 = 0{,}1(y_1 + y_2) + 4{,}3$.
Ou seja, não é constante, e também nenhuma das receitas marginais o é. Logo não sabemos *a priori* o valor destas variáveis no ponto óptimo (ao contrário do exercício anterior, em que sabíamos que era tudo 10). Sabemos nos entanto que no ponto óptimo as duas receitas marginais são iguais entre si:
$MR_1(y_1) = MR_2(y_2) \Leftrightarrow 62 - 2y_1 = 41 - y_2 \Leftrightarrow y_2 = 2y_1 - 21$..(1)
Qualquer uma delas terá de ser também igual ao custo marginal:
$MC(y_1 + y_2) = MR_1(y_1) \Leftrightarrow 0{,}1(y_1 + y_2) + 4{,}3 = 62 - y_1$………(2)
Substituindo (2) em (1):
$0{,}1(y_1 + 2y_1 - 21) + 4{,}3 = 62 - y_1 \Leftrightarrow y_1 = 26$.
Recorrendo de novo a (1):
$y_2 = 2y_1 - 21 = 2 \times 26 - 21 = 31$.
As quantidades são iguais às do exercício anterior, por isso os preços são-no também: $p_1(26) = 36$; $p_1(31) = 25{,}5$.
Atenção que o lucro é diferente, porque os custos são diferentes:
$\pi = p_1y_1 + p_2y_2 - c(y_1+y_2) =$
$= 36 \times 26 + 25{,}5 \times 31 - [\ 0{,}05 \times (26+31)^2 + 4{,}3 \times (26+31)\ ] = 1318{,}95$.

b) As curvas da procura são as mesmas. As funções de custo são diferentes, mas a segunda função foi escolhida de forma a ter custo marginal igual a 10 (custo marginal contante da primeira) para a quantidade óptima do primeiro exercício.

c) Para cada quantidade a receita marginal aumenta. Logo para as quantidades óptimas iniciais as receitas marginais ficarão superiores ao custo marginal, pelo que é proveitoso à empresa vender mais. Isto faz baixar as receitas marginais até que que estas sejam de novo iguais ao custo marginal. No caso da segunda função de custo, o custo marginal aumenta quando a produção aumenta, logo a igualdade entre custo e receitas marginais vai ser atingida com menores aumentos de quantidades. O que significa que os preços vão aumentar mais neste segundo caso.

3 a) A curva da procura inversa é $y_1 = 11 - p_1 \Leftrightarrow p_1 = 11 - y_1$.
A receita total e marginal são:
$r_1(y_1) = p_1y_1 = (11 - y_1)y_1 = 11y_1 - y_1^2$; $MR_1(y_1) = r_1'(y_1) = 11 - 2y_1$.
O custo marginal é $MC(y) = c'(y) = 1$.
A empresa maximiza o lucro com: $MC(y_1) = MR_1(y_1) \Leftrightarrow 1 = 11 - 2y_1. \Leftrightarrow y_1 = 5$.
O preço óptimo e o lucro são: $p_1(5) = 11 - 5 = 6$.
$\pi = p_1y_1 - c(y_1) = 6 \times 5 - 1 \times 5 = 25$.

b) Com $p_1 = p_2 = p$, a curva da procura conjunta é:
$y = y_1 + y_2 = 11 - p + 14 - 4p = 25 - 5p$. (1)
A curva inversa da procura conjunta é então:
$y = 25 - 5p \Leftrightarrow p = 5 - 0{,}2y$. (2)
A receita e a receita marginal são:
$r(y) = py = (5 - 0{,}2y)y = 5y - 0{,}2y^2$;
$MR(y) = r'(y) = 5 - 0{,}4y$. (3)
Igualando custo e receitas marginais:
$MC(y) = MR(y) \Leftrightarrow 1 = 5 - 0{,}4y \Leftrightarrow y = 10$.
Com esta quantidade o preço e o lucro são:
$p(10) = 5 - 0{,}2 \times 10 = 3$.
$\pi = py - c(y) = 3 \times 10 - 1 \times 10 = 20$.

Este lucro é inferior ao da alínea anterior, pelo que a empresa prefere continuar a praticar um preço de 5, não vendendo nada no segundo mercado, e continuando a vender 5 unidades no mercado 1, com um lucro de 25.
O que se passa aqui é o seguinte. As curvas da procura são válidas apenas para certos intervalos de preços (porque não há quantidades negativas): no mercado 1 para $p_1 \leq 11$; no 2 para $p_2 \leq 3{,}5$. Logo a curva de procura conjunta, equação (1), é válida para $p \leq 3{,}5$ (a que

corresponde uma quantidade de 7,5). A um preço superior a quantidade procurada no mercado 2 é nula, e a procura conjunta coincide com a do mercado 1. Isto significa que a curva inversa da procura, equação (2), e curva da receita marginal conjunta, equação (3) são válidas apenas para $y \geq 7{,}5$ (quantidade correspondente a $p \leq 3{,}5$). Para quantidades inferiores ($p > 3{,}5$), a curva da procura inversa e a receita marginal conjuntas coincidem com as do mercado 1, e é aí que o monopolista vai operar, pois obtém um lucro superior.

c) A empresa consegue vender no mercado 2 a um preço (e, portanto, com uma receita marginal, já que as curvas da procura inversa e da receita marginal começam no mesmo valor) superior ao custo marginal, logo será proveitoso vender nesse mercado. Como o custo marginal é constante, não vai haver alterações na quantidade ou preço do mercado 1. A empresa vai simplesmente aumentar a produção para vender no mercado 2 até que a receita marginal neste desça até ao custo marginal.

d) A curva inversa da procura no mercado 2 é $y_2 = 14 – 4p_1 \Leftrightarrow p_2 = 3{,}5 – 0{,}25y_2$.
A receita total e marginal são:
$r_2(y_2) = p_2y_2 = (3{,}5 – 0{,}25y_2)y_2 = 3{,}5y_2 – y_2^2$;
$MR_2(y_2) = r_2'(y_2) = 3{,}5 – 0{,}5y_2$.
O custo marginal é $MC(y_1 + y_2) = c'(y_1 + y_2) = 1$. Note que o custo total e marginal é sempre função da quantidade total, só que neste caso o custo marginal é contante para qualquer quantidade.
A empresa maximiza o lucro com:
$MC(y_1 + y_2) = MR_2(y_2) \Leftrightarrow 1 = 3{,}5 – 0{,}5y_2 \Leftrightarrow y_2 = 5$.
O preço óptimo e o lucro são:
$p_2(5) = 3{,}5 – 0{,}25 \text{ x } 5 = 2{,}25$.
$\pi = p_1y_1 + p_2y_2 – c(y_1 + y_2) = 6 \text{ x } 5 + 2{,}25 \text{ x } 5 – 1 \text{ x } 10 = 31{,}25$.

e) A empresa vende em cada mercado até que o preço cobrado ao último cliente seja igual ao custo marginal, ou seja 1. Portanto $y_1(1) = 10$, e $y_2(1) = 10$. O excedente do consumidor desaparece, mas o excedente total aumenta, porque a quantidade aumenta. Só que todo o excedente é agora lucro. O excedente, ou lucro, é (visualizar em gráfico) (11 – 1)x10/2 = 50 no mercado 1, e (3,5 – 1)x10/2 = 12,5 no mercado 2, 62,5 no total.

4 Ver manual. A razão de a empresa operar abaixo da escala mínima eficiente é a seguinte. No equilíbrio de longo prazo a curva da procura dirigida à empresa vai ser tangente à curva do custo médio. Como essa curva da procura é negativamente inclinada, isso vai necessariamente acontecer na parte decrescente da curva dos custos médios.

3. Oligopólio

A. Questões de Escolha Múltipla

1 Um cartel com duas empresas enfrenta a curva de procura p = 10 – 0.5Y; os custos marginais das empresas são $CM_1(y_1) = y_1$ e $CM_2(y_2) = 4$. Quais são as quantidades que maximizam o lucro do cartel?

a) $y_1 = 4$ e $y_2 = 4$;

b) $y_1 = 4$ e $y_2 = 2$;

c) $y_1 = 3$ e $y_2 = 3$;

d) A informação não é suficiente.

2 Existem duas empresas num mercado com concorrência à Bertrand. As empresas têm custos marginais constantes, mas o custo marginal da empresa A é inferior ao custo marginal da empresa B. O preço de equilíbrio:

a) É igual ao custo marginal da empresa A;

b) Seria igual ao da empresa A se ela fosse um monopólio;

c) É igual ao que ocorre no equilíbrio de Stackelberg com a empresa A como líder;

d) Nenhuma das opções é correcta.

3 Em situação de concorrência monopolística, o que acontece à curva da procura dirigida a uma empresa instalada (incumbente) quando novas empresas entram no mercado?

a) Desloca-se para a direita;

b) Desloca-se para a esquerda;

c) Não é afectada pela entrada de novas empresas;

d) Nenhuma das alternativas é verdadeira.

4 Num modelo de Stackelberg, a empresa seguidora:

a) Obtém o máximo lucro possível dada a produção da outra empresa;

b) Nenhuma das restantes alíneas está correcta;

c) Produz a quantidade que mais convém à outra empresa;

d) Produz a quantidade que iguala o preço ao seu custo marginal.

5 Duas empresas formam um cartel. Os custos marginais são $MC_1 = 2$ e $MC_2 = y2$. A procura é dada por p = 8 – 0.5Y. O cartel maximiza o lucro com:

a) $y_1 = y_2 = 3$;

b) $y_1 = 6$ e $y_2 = 2$;

c) $y_1 = y_2 = 2$;

d) $y_1 = 4$ e $y_2 = 2$.

6 Duas empresas com funções de custo marginal iguais concorrem à Bertrand. O equilíbrio vai ser igual ao equilíbrio:

a) Do modelo de Cournot;

b) Do cartel;

c) Do modelo de Stackelberg;

d) Do modelo de concorrência perfeita.

7 Os acordos de colusão num cartel são difíceis de manter porque cada empresa pode aumentar os lucros se:

a) Produzir mais do que a quantidade que maximiza o lucro conjunto do cartel;
b) Produzir menos do que quantidade que maximiza o lucro conjunto do cartel;
c) Praticar um preço mais elevado do que o que maximiza o lucro conjunto do cartel;
d) Nenhuma das razões apresentadas é verdadeira.

8 No modelo de oligopólio de Cournot assume-se que:

a) As empresas decidem as quantidades a produzir;
b) As empresas decidem a sua produção simultaneamente;
c) As empresas não cooperam;
d) Todas as respostas estão correctas.

9 No modelo de duopólio de Stackelberg, se as empresas tiverem os mesmos custos de produção:

a) A empresa líder de Stackelberg produzirá uma quantidade maior do que a empresa seguidora;
b) A empresa seguidora de Stackelberg produzirá uma quantidade maior do que a empresa líder;
c) Ambas as empresas produzirão a mesma quantidade;
d) Neste caso particular o resultado é idêntico ao modelo de Cournot.

10 Num duopólio que concorre à Bertrand e enfrenta a procura de mercado $p = 90-y$, e sendo os custos marginais das empresas constantes e iguais a 30 u.m., então o preço e as quantidades vendidas pelas empresas são:

a) $p=60$; $y_1=20$ e $y_2=10$;
b) $p=30$; $y_1=30$ e $y_2=30$;
c) $p=30$; $y_1=60$ e $y_2=0$;
d) Não há elementos suficientes para determinar o equilíbrio de mercado.

B. Questões Abertas

1 Há apenas duas empresas num mercado. A curva da procura é $Y = 20 - p$, e as funções de custo das empresas são $c_1(y_1) = 0.25y_1^2$ e $c_2(y_2) = 0.2y_2^2$.

a) Admita que as empresas definem as suas produções simultaneamente. Obtenha as funções de reacção e represente-as num único gráfico, com y_1 num eixo e y_2 no outro.

b) Obtenha as quantidades, preço e lucros do equilíbrio de Cournot.

c) Suponha o seguinte. As empresas ajustam os níveis de produção, se necessário, todos os meses. Os gestores de ambas as empresas observam a produção anterior da empresa rival e, sendo algo simplórios, partem do princípio que ela não se vai alterar, e ajustam a sua própria produção de acordo com essa suposição. Inicialmente a empresa 1 está sozinha no mercado, e depois a empresa 2 entra. Como vão variando as produções das empresas ao longo do tempo? Indique os pares de produções dos primeiros meses no gráfico da alínea a)

d) Agora as empresas formam um cartel para maximizar o lucro conjunto. Obtenha os valores óptimos das quantidades, preço, e lucros. Compares estes valores com os obtidos na alínea b). As variações vão no sentido que esperaria?

e) Quanto é o custo marginal de cada empresa na solução do cartel? São iguais? Porquê?

f) Quanto é a receita marginal do cartel. Compare com os custos marginais das empresas.

g) Suponha que a empresa 1 acredita que pode variar a sua produção sem que a empresa 2 se aperceba ou reaja. Quanto iria ela produzir? Que aconteceria ao preço e aos lucros das empresas?

h) Que aconteceria se fosse a empresa 2, e não a empresa 1, a acreditar que poderia variar a sua produção sem a empresa 1 reagir? E se ambas as empresas se comportassem dessa maneira?

i) É plausível que uma empresa consiga variar a sua produção sem a outra se aperceber no caso presente? Em que circunstâncias seria isso mais plausível?

2 É frequente as lojas comprometerem-se a igualar ou a bater o preço de qualquer rival (ou a devolver ao cliente a diferença de preço se este encontrar mais barato depois de ter comprado). Que interesse poderão as empresas ter nesta política?

3 Num mercado duopolista com curva inversa da procura $p(Y) = 66 - 2Y$, as empresas têm funções de custo $c_1(y_1) = 4y_1$ e $c_2(y_2) = y_2^2$.

a) Obtenha as quantidades, preço, e lucros do equilíbrio de Cournot.

b) Suponha que a curva da procura se desloca. No equilíbrio de Cournot, a empresa 2 continuaria sempre a produzir menos que a empresa 1 independentemente da magnitude e sentido da deslocação da curva da procura? Explique.

c) Agora as empresas combinam esforços num cartel. Sem calcular as quantidades óptimas do cartel, determine a receita marginal do cartel e os custos marginais das empresas na solução do cartel. Seria possível fazer isto tão facilmente com quaisquer funções de custo, nomeadamente com as do exercício 1?

d) Obtenha as quantidades, preço e lucros óptimos do cartel.

e) Ambas as empresas ficariam satisfeitas com este resultado? O que seria necessário para ambas as empresas quererem cooperar?

4 Dois duopolistas enfrentam a curva da procura $Y = 24 - p$, e as suas funções de custo são $c_1(y_1) = 5y_1$ e $C_2(y_2) = 4y_2$.

a) O produto é homogéneo ou diferenciado?

b) As duas empresas definem as suas quantidades simultânea e independentemente. Obtenha o preço, quantidades e lucros de equilíbrio.

c) Agora as empresas formam um cartel. Obtenha o preço, quantidades e lucros.

d) As duas empresas ficarão satisfeitas com o resultado? O que seria necessário para que ambas as empesas aceitassem cooperar?

5 Num mercado com duas empresas a curva inversa da procura é $p = 21 - Y$, e ambas as empresas têm custo marginal constante igual a 3 e não têm custos fixos.

a) As empresas decidem quantidades a produzir simultânea e independentemente. Sem calcular as quantidades, consegue determinar qual das empresas vai produzir mais e qual terá maior lucro? Explique.

b) Obtenha as quantidades, preço e lucro de equilíbrio de Cournot.

c) Agora as empresas formam um cartel. Consegue determinar a quantidade total e preço óptimo do cartel? E as quantidades a produzir por cada empresa? E o lucro total? Explique.

d) As empresas acordam dividir a produção entre elas de modo a beneficiarem ambas igualmente com a formação do cartel. Quais são essas quantidades?

6 Num mercado com curva inversa da procura $p = 50 - Y$, há quatro empresas, todas com custo marginal constante $MC = 10$. As empresas formam um cartel para maximizar o lucro total. Se elas concordarem em produzir todas a mesma quantidade, quanto produzirá cada uma?

7 Considere um modelo de Cournot com n empresas idênticas. A curva inversa da procura é $p = a - bY$. Cada uma das n empresas tem a mesma função de custo $c(y_i) = Ay_i + 0{,}5By_i^2$, onde $a > A$. Quais são a quantidade individual e o preço do equilíbrio de Cournot em função de n. Que acontece ao preço, quantidade e lucro de equilíbrio da empresa quando n aumenta para infinito?
(Adaptado de Perloff 15.3.9, p. 547)

8 Num mercado de Cournot, cada uma de n empresas enfrenta custos marginais constantes m e uma curva inversa da procura $p = a - bY$. O governo lança um imposto específico de t por unidade.
(Adaptado de Perloff 15.3.5, p. 547)

a) Qual é a incidência deste imposto sobre os consumidores?

b) Como varia a incidência à medida que o número de empresas aumenta? Parece-lhe este resultado paradoxal? Explique.

9 As empresas 1 e 2 produzem um bem homogéneo, têm custos marginais positivos e estão a maximizar o lucro conjunto.

a) Que acontece à receita do cartel e de cada uma das empresas se a empresa 1, violando o acordo, aumentar ligeiramente a sua produção (isto é, quanto é $\partial(r_1 + r_2)/\partial y_1$, $\partial r_1/\partial y_1$ e $\partial r_2/\partial y_1$). Mostre matematicamente e explique verbalmente.

b) Use os resultados obtidos em a) para mostrar que um membro do cartel tem incentivo para aumentar a sua produção, violando o acordo, se acreditar que os restantes membros não irão retaliar. (Isto generaliza os resultados encontrados no caso particular do exercício 1.g) e 1.h).)

10 Dois duopolistas enfrentam a curva de procura inversa p=24–Y, e as suas curvas de custo são $c_1(y_1) = 6y_1$ e $c_2(y_2) = 0.5y_2^2$.

a) Obtenha as produções, preço e lucros de equilíbrio de Cournot.

b) Agora a empresa 1 decide o seu nível de produção primeiro, e a empresa 2 decide o seu sabendo já a produção da empresa 1. Quais são as quantidades, preço e lucros de equilíbrio?

c) E se for a empresa 2 a decidir primeiro?

d) Uma empresa líder no modelo de Stackelberg obterá sempre (isto é, para quaisquer curvas de procura e de custos) um lucro superior ao que obteria no equilíbrio de Cournot? Explique.

e) Explique verbalmente por que razão o líder à Stackelberg produz mais do que produziria no equilíbrio de Cournot, e por que razão o seguidor produz menos.

f) As empresas ponderam agora formar um cartel. Consegue dizer, sem cálculos, se a líder à Stackelberg teria interesse em tal acordo?

g) Suponha que as empresas formam o cartel. Obtenha as quantidades óptimas, o preço e o lucro.

h) Seria necessária alguma redistribuição dos lucros?

i) Explique sem cálculos como se alteraria a produção das empresas se a procura aumentasse. E se a procura diminuísse?

11 Num duopólio a curva inversa da procura é $p = 66 - 2Y$, e as curvas de custo são $c_1(y_1) = 4y_1$ e $c_2(y_2) = y_2^2$.

a) Obtenha as quantidades de equilíbrio de Cournot, o preço e os lucros.

b) Obtenha o equilíbrio de Stackelberg em que a empresa 1 é a líder.

c) Obtenha o equilíbrio de Stackelberg em que a empresa 2 é a líder.

d) Obtenha a solução óptima do cartel.

e) Obtenha as quantidades de equilíbrio de Bertrand, o preço e os lucros. A empresa com a maior produção obtém lucros maiores? Porquê ou por que não?

12 Num duopólio a curva inversa da procura é $p = 33 - Y$, e as curvas de custo são $c_1(y_1) = 6y_1$ e $c_2(y_2) = 3y_2$.

a) Obtenha as quantidades de equilíbrio de Cournot, o preço e os lucros.

b) Obtenha o equilíbrio de Stackelberg em que a empresa 1 é a líder.

c) Obtenha o equilíbrio de Stackelberg em que a empresa 2 é a líder.

d) Obtenha a solução óptima do cartel.

e) Obtenha as quantidades de equilíbrio de Bertrand, o preço e os lucros.

13 Determine o equilíbrio de Stackelberg com um líder e dois seguidores, se a curva de procura de mercado for linear e cada empresa tiver um custo marginal constante m e custos fixos nulos. (Sugestão: para facilitar a comparação com a resposta fornecida abaixo faça a curva da procura $p = a - bY$ e a empresa líder a empresa 1). (Perloff 14.4.2, p. 548)

14 Dois duopolistas enfrentam a curva da procura $Y = 30 - p$, e ambas as empresas têm custo marginal igual a €20,01 e custos fixos nulos. As empresas fixam preços simultânea e independentemente.

a) Obtenha os preços, quantidades e lucros de equilíbrio.

b) Como se altera o equilíbrio se a empresa 1 conseguir baixar o seu custo marginal para €17?

c) Suponha que a empresa consegue baixar o seu custo marginal para €6. Qual será o seu lucro se fixar o preço a €20? E se for a €19? Obtenha o equilíbrio de mercado.

C. Respostas às questões de Escolha Múltipla

1b; 2d; 3b; 4a; 5d; 6d; 7a; 8d; 9a); 10b).

D. Tópicos de resolução das questões abertas

1 a) B1(y2) = 8 – 0.4y2, B2(y1) = (100 – 5y2)/12.
Veja a representação gráfica em Perloff, p. 515, Figura 14.3

b) $y_1 = 5.6$, $y_2 = 6$, $P = 8.4$, $\pi_1 = 39.2$, $\pi_2 = 43.2$.

c) Use as funções de melhor resposta. Se a empresa 1 for a única no Mercado, y2 = 0, e B1(0) = 8; a empresa 2 observa y1 = 8 e produz B2(8)= 5; então a empresa 1 ajusta as suas vendas para B1(5) = 6, e assim sucessivamente. Os valores dos outputs vão acabar por convergir para os valores do equilíbrio de Cournot nas quantidades

d) $y_1 = 4$, $y_2 = 5$, $P = 11$, $\pi_1 = 40$, $\pi_2 = 50$. Como seria expectável, o output total diminui e o preço e o lucro aumentam.

e) $CM_1(4) = CM_2(5) = 2$. A condição necessária de maximização de lucro obriga todas as empresas que produzem actualmente, a ter o mesmo custo marginal. Se esta condição não existisse, então o output total poderia ser produzido com um custo total inferior, porque se transferiria toda a produção para a firma mais eficiente e com mais baixo custo marginal.

f) $RM = 20 - 2Y$. Com $Y = 9$, $RM = 2$, que é igual ao custo marginal. Se $RM > CM$ o cartel pode aumentar o lucro aumentando a produção; se $RM < CM$ o cartel pode aumentar o lucro produzindo menos. Note que a receita marginal do cartel é igual à variação da receita total - que é igual à soma das receitas totais das empresas - quando é vendida uma unidade adicional de output. A receita marginal do cartel depende do output total produzido pelas empresas e não da produção de cada empresa individual

g) $B_1(5) = 6$, $P = 9$, $\pi_1 = 45$, $\pi_2 = 40$. A empresa 1 aumenta o seu lucro; a empresa 2 vê o seu lucro baixar; logo, o lucro total baixa também.

h) $B_1(4) = 6.667$, $P = 9.333$, $\pi_1 = 33.333$, $\pi_2 = 53.333$. Provavelmente a melhor solução seria a de regressar ao equilíbrio de Cournot.

i) Quando existem apenas duas empresas e na ausência de incerteza quanto à procura, se uma empresa produzir a sua quota de output em cartel e se constatar que o preço baixou, essa empresa perceberá que a rival aumentou a sua quota de produção para além da que lhe tinha sido atribuída em cartel. Mas, se existir incerteza na procura, a empresa não conseguirá perceber se a baixa de preço se deve à acção da rival ou se se deve à contracção da procura. Se existirem outras empresas no mercado que não pertençam ao cartel, então o preço também pode diminuir se estas aumentarem os seus outputs.

2 Veja Varian, 27.11.

3 a) $y_1 = 12$, $y_2 = 7$, $p = 28$, $\pi_1 = 288$, $\pi_2 = 147$.

b) É um equilíbrio de Nash: a quantidade de output produzida por cada empresa é a melhor resposta face à quantidade produzida pela rival.

c) Não. Se a procura se contrair suficientemente, a empresa 2 produzirá mais do que a empresa 1. Consegue explicar porquê?

d) São todos iguais a 4. Isto acontece porque o custo marginal da empresa 1 é 4 para qualquer nível de produção. É claro que se produzirem nada (se a procura se contraísse suficientemente) não seria possível determinar a receita marginal do cartel nem o custo marginal da empresa 2.

e) $y_1 = 13.5$, $y_2 = 2$, $p = 35$; sem redistribuição de lucros, $\pi_1 = 418.5$ e $\pi_2 = 66$.

f) A empresa 2 só coopera em cartel se tiver um lucro em cartel pelo menos igual ao que obteria na situação alternativa. Portanto, a empresa 1 teria de transferir pelo menos 81 dos seus lucros para a empresa 2. No máximo, a empresa 1 poderia transferi até 130.5 sem que a sua situação piorasse relativamente à situação alternativa. O montante das transferências situar-se-ia no intervalo entre 81 e 130.5.

4 a) Homogénea: o preço é único.

b) $y_1 = 6$, $y_2 = 7$, $p = 11$, $\pi_1 = 36$, $\pi_2 = 49$.

c) $y_1 = 10$, $y_2 = 0$, $p = 14$; sem distribuição de lucros, $\pi_1 = 0$ e $\pi_2 = 100$.

d) A empresa 2 teria de transferir um montante qualquer entre 36 e 51 para a empresa 1 para que ambas as empresas cooperassem.

5 a) As empresas são idênticas: enfrentam a mesma curva de procura e têm os mesmos custos. Portanto, irão produzir o mesmo.

b) $y_1 = y_2 = 6$, $p = 9$, $\pi_1 = \pi_2 = 36$.

c) $y_1 + y_2 = 9$, $P = 11$, $\pi_1 + \pi_2 = 81$. As produções individuais não podem ser determinadas. Como as duas empresas têm o mesmo custo marginal constante o custo total e, portanto, o lucro total é o mesmo independentemente da distribuição do output pelas duas empresas.

d) $y_1 = y_2 = 4.5$.

6 Cada empresa produz $y_i = 5$.

7 Escreva a função de lucro da empresa i e determine a derivada em ordem a y_i para encontrar a condição de 1ª ordem de maximização do lucro da empresa i. De seguida, como as empresas são todas idênticas, cada uma produzirá o mesmo: $y_1 = y_2 = \ldots = y_n$. Então, teremos: $y_i=(a - A)/[b(n + 1) + B]$, $p = (Ba + ba + nbA)/[b(n + 1) + B]$. À medida que n tende para infinito, y_i tende para zero e p tende para A, que é o limite do custo marginal quando y_i tende para zero.

8 a) Do exercício anterior sabemos que (repare que basta substituir m por A e zero por B) $y_i=(a - m)/[b(n + 1)$. Todas as empresas produzem o mesmo, logo $Y = ny_i = (a - m)n/[b(n+1)]$. O preço é $p = a - (a - m)n/(n+1)$. O imposto apenas aumenta o custo marginal de m para $m + t$. Consequentemente, o efeito do imposto no preço é $dp/dt = n/(n+1)$ (por cada euro de imposto).

b) A incidência do imposto sobre os consumidores é tanto maior quanto maior for o número de empresas existentes no mercado ($n/(n+1)$ tende para 1 quando n tende para infinito). À medida que o nº de empresas aumenta, o mercado tende para a competição perfeita, i.e., o preço converge para o custo marginal. Porque é que a incidência do imposto sobre os consumidores aumenta, à medida que o mercado se vai aproximando da competição perfeita?

9 a) $R_i = p(y_1,y_2)y_i$, $i = 1, 2$. $\partial R_2/\partial y_1 = y_2 \partial p(y_1,y_2)/\partial y_1 < 0$ porque $\partial p(y_1,y_2)/\partial y_1 < 0$. Isto é, quando a empresa 1 aumenta a sua produção, o preço cai, e o rendimento da empresa 2 diminui (porque o seu output manteve-se ao mesmo nível). Para a empresa 1, $RM_1 = \partial R_1/\partial y_1 = y_1 \partial p(y_1,y_2)/\partial y_1 + p(y_1,y_2)$; em geral, isto pode ser positivo ou negativo (o preço cai mas a empresa consegue vender mais; logo o rendimento pode ou não aumentar). Mas, para as quantidades que maximizam o lucro do cartel, a receita marginal do cartel é igual ao custo marginal e, portanto, será positiva. À medida que a receita da empresa 2 cai quando a empresa 1 aumenta o seu output, a receita marginal da empresa 1 tem de ser positiva e superior ao custo marginal: a receita marginal do cartel é $\partial(R_1 + R_2)/\partial y_i$. Para as quantidades que maximizam o lucro conjunto verifica-se que $\partial(R_1 + R_2)/\partial y_1 = CM \Leftrightarrow RM_1 = CM - \partial R_2/\partial y_1 > CM > 0$ (porque $\partial R_2/\partial y_1 = < 0$).

b) Do resultado da alínea anterior, deduz-se imediatamente que: para as quantidades que maximizam o lucro do cartel, a receita marginal da empresa 1 excede o seu custo marginal pelo que o seu lucro aumentará se aumentar a produção e se a rival mantiver constante a sua produção.

10 a) $y_1 = 6$, $y_2 = 6$, $p = 12$, $\pi_1 = 36$, $\pi_1 = 54$.

b) $y_1 = 7.5$, $y_2 = 5.5$, $p = 11$, $\pi_1 = 37.5$, $\pi_1 = 45.375$.

c) $y_1 = 5.25$, $y_2 = 7.5$, $p = 11.25$, $\pi_1 = 27.5625$, $\pi_1 = 56.25$.

d) Podemos garantir que não terá um lucro inferior: a líder pode escolher produzir o seu output em equilíbrio de Cournot e a seguidora usará a sua função de melhor resposta; portanto produzirá, também, o seu output em equilíbrio de Cournot; a líder e a seguidora ganharão o mesmo lucro que ganhariam em equilíbrio de Cournot. Portanto, nunca aceitaria produzir menos e, na presença de funções de custo marginal "bem-comportadas" (excepto nos casos em que a função de custo marginal tivesse um comportamento "atípico" como por exemplo no caso em que a função de custo marginal da líder se torna vertical no equilíbrio de Cournot) poderia sempre fazer melhor.

e) A quantidade em equilíbrio de Cournot é a quantidade óptima que a empresa produz assumindo que a rival não altera o seu output o que significa que a sua receita marginal é igual ao seu custo marginal. Todavia, a empresa líder em Stackelberg quando produz um pouco mais do que produziria em equilíbrio de Cournot, leva a seguidora a produzir menos. Portanto, o preço não diminui tanto como aconteceria em Cournot o que significa que a receita marginal da empresa líder será um pouco superior ao custo marginal sendo, portanto, rentável, a expansão do output.

f) Sim, excepto no caso das curvas "atípicas". O cartel poderia optar por manter a produção do equilíbrio de Stackelberg, garantindo assim os mesmos lucros. Mas poderá fazer melhor gerando um lucro extra que poderá, depois, ser distribuído pelas empresas do cartel, o que faz com que o cartel seja benéfico para as empresas que o constituem.

g) $y_1 = 3$, $y_2 = 6$, $p = 15$, $\pi_1 = 27$, $\pi_1 = 72$.

h) Sim, da empresa 2 para a empresa 1 ou, de outra forma, teria um lucro inferior ao da situação anterior.

i)) Ambas as empresas estão a produzir com um custo marginal igual a 6, que é o custo marginal da empresa 1. A empresa 1 pode expandir a sua produção à vontade com custo marginal constante ao contrário da empresa 2, que aumentaria os seus custos marginais se expandisse a produção. Portanto, a empresa 2 mantém a sua produção em 6 e qualquer aumento de produção adicional seria feito à custa da empresa 1. Se a procura se contraísse, seria a empresa 1 a única a contrair a sua produção.

11 a) $y_1 = 12$, $y_2 = 7$, $p = 28$, $\pi_1 = 288$, $\pi_2 = 147$.

b) $y_1 = 15$, $y_2 = 6$, $p = 24$, $\pi_1 = 300$, $\pi_2 = 108$.

c) $y_1 = 11.125$, $y_2 = 8.75$, $p = 26,25$, $\pi_1 = 247,53$, $\pi_2 = 153,125$.

d) $y_1 = 13,5$, $y_2 = 2$, $p = 35$, $\pi_1 = 418,5$, $\pi_2 = 66$.

e) $y_1 = 29$, $y_2 = 2$, $p = 4$, $\pi_1 = 0$, $\pi_2 = 4$. Não. A empresa 1 tem custos marginais constantes; logo o custo médio iguala o custo marginal e o preço enquanto a empresa 2 produz as primeiras unidades a um custo muito baixo.

12 a) $y_1 = 8$, $y_2 = 11$, $p = 14$, $\pi_1 = 64$, $\pi_2 = 121$.

b) $y_1 = 12$, $y_2 = 9$, $p = 12$, $\pi_1 = 72$, $\pi_2 = 81$.

c) $y_1 = 5.25$, $y_2 = 16.5$, $p = 11.25$, $\pi_1 = 27.563$, $\pi_2 = 136.125$.

d) $y_1 = 0$, $y_2 = 15$, $p = 18$, $\pi_1 = 0$, $\pi_2 = 225$. Será necessário fazer alguma distribuição de lucros para que a empresa 1 fique com o lucro igual ao da situação alternativa, pelo menos.

e) A empresa 2 irá vender a um preço inferior a 6 que é igual ao custo marginal da empresa 1, fazendo com que esta abandone o Mercado. Portanto $y_1 = 0$ e $\pi_1 = 0$. Então $p = 5.99$, que é o preço mais elevado inferior a 6. $y_2 = 27.01$ e $\pi_2 = 80.7599$.

13 Determine primeiro o ponto de intersecção das funções de reacção das empresas, usando y_1 como parâmetro para determinar $y_2 = y_3 = (a - m - by_1)/(3b)$. Substitua estas expressões na função de lucro da líder e maximize-a para obter $y_1 = (a - m)/(2b)$. Subsitua esta última expressão na expressão anterior para obter $y_2 = y_3 = (a - m)/(6b)$.

14 a) p = 20.01, Y = 9.99 que, por norma, se assume que vai ser dividido igualmente pelas empresas. $\pi_1 = \pi_2 = 0$.

b) A empresa 1 pratica o preço p = 20 e produz 10 obtendo o lucro 30. A empresa não pode competir com um preço de 20 e produz zero.

c) Se p = 20, y_1 = 10 e π_1 = 140. Se p = 19, π_1 = 143. A empresa 1 maximiza o lucro com p = 18, y_1 = 12 e π_1 = 144. Mesmo que subisse o preço até 20 sem arriscar uma situação de competição com a empresa 2, nada ganharia com esta estratégia

4. Teoria dos Jogos

A. Questões de Escolha Múltipla

1 Se uma estratégia é dominante, então:
   a) É a melhor-resposta a todas as estratégias do outro jogador;
   b) Faz parte de todos os equilíbrios de Nash do jogo;
   c) É a melhor-resposta à estratégia escolhida pelo outro jogador num equilíbrio de Nash;
   d) Todas as respostas anteriores.

2 Um equilíbrio de Nash é um perfil de estratégias tal que:
   a) Cada estratégia é uma estratégia dominante;
   b) Cada estratégia é uma estratégia pura;
   c) Cada estratégia é uma melhor-resposta à estratégia do adversário;
   d) Nenhuma das anteriores.

3 No que respeita ao equilíbrio de Nash podemos dizer que:
   a) Pode existir em estratégias mistas, mas não existir em estratégias puras;
   b) Existe sempre em estratégias puras;
   c) Se existir, é único;
   d) Se existir em estratégias mistas, existe em estratégias puras.

4 No dilema do prisioneiro:
   a) O equilíbrio de Nash é único;
   b) O equilíbrio de Nash é um equilíbrio em estratégias dominantes;
   c) O equilíbrio de Nash não é eficiente à Pareto;
   d) Todas as respostas anteriores.

5 No equilíbrio de um dilema do prisioneiro repetido um número finito de vezes:
   a) Repete-se, em cada período, o único equilíbrio de Nash do dilema prisioneiro;
   b) Atinge-se o óptimo de Pareto em todos os períodos;
   c) Atinge-se o óptimo de Pareto em alguns os períodos;
   d) Nenhuma das respostas anteriores.

6 Em cada equilíbrio de um dilema do prisioneiro repetido um número infinito de vezes:
   a) Repete-se, em cada período, o único equilíbrio de Nash do dilema prisioneiro;
   b) Atinge-se sempre o óptimo de Pareto em todos os períodos;
   c) Atinge-se sempre o óptimo de Pareto em alguns os períodos;
   d) Nenhuma das respostas anteriores.

7 O equilíbrio de Bertrand:
   a) É o equilíbrio de Nash do jogo de Bertrand;
   b) É um óptimo de Pareto;
   c) Não é um equilíbrio em estratégias dominantes;
   d) É o equilíbrio de Nash do jogo de Cournot.

8 Um equilíbrio de Nash perfeito nos subjogos:

a) É sempre um equilíbrio de Nash;
b) É um conceito de solução que se aplica a jogos sequenciais;
c) Permite eliminar algumas estratégias que constituem ameaças não credíveis;
d) Todas as respostas anteriores.

B. Questões Abertas

1 Luísa é chefe de cozinha e Pedro faz parte da sua equipa, no restaurante Carotte. Pedro é um bom cozinheiro embora faça tudo ao seu alcance para trabalhar pouco, o que irrita Luísa que preferiria que ele fosse mais responsável. Com o objectivo de o incentivar ao trabalho, Luísa pondera pagar-lhe um prémio se ele se esforçar. Os resultados associados a estas decisões estão expressos na matriz seguinte:

		Pedro	
		Trabalhar a sério	*Trabalhar Pouco*
Luísa	*Prémio*	1, 2	-1, 3
	Sem Prémio	3, -1	0, 0

a) Estamos na presença de um jogo? Explique o significado da matriz. Os números da matriz expressam as expectativas e os comportamentos de Luísa e Pedro?

b) Luísa e Pedro têm estratégias dominantes?

c) Se Luísa e Pedro tomarem uma decisão sem conversarem entre si, haverá equilíbrio em estratégias puras? Se sim, caracterize-o.

d) Explique porque é que não é um equilíbrio de Nash o par de estratégias (Prémio, Trabalhar a sério)?

e) Há dilema do prisioneiro neste jogo? Justifique.

f) Se Luísa e Pedro conseguiram obter um resultado melhor do que o obtido em c) discuta se esse resultado melhor é ou não estável; e, se não o for, discuta em que circunstância poderia este resultado ser considerado estável.

g) Se Pedro ficar à espera da decisão da Luísa quanto a esta pagar ou não o prémio, qual será o resultado final? É diferente do resultado obtido na alínea c)? Porquê? E se Pedro decidir tomar, desde já, uma decisão sobre a sua forma de trabalhar no restaurante sem esperar pelo anúncio do pagamento efectivo do prémio, o que acontecerá?

2 Tó Jó e Tó Zé confrontam-se na ponte num jogo de cobardes, para decidirem qual deles será o futuro comandante do grupo. Ambos conduzem os respectivos carros, um contra o outro. Se ambos não se desviarem, colidirão e morrerão ou, então, sofrerão ferimentos graves que os incapacitarão para o resto das suas vidas. Se um se desviar, mas o outro não, o primeiro será considerado cobarde e a sua reputação no grupo ficará negativamente afectada e, o último, ganhará o cargo de comandante de grupo. Se ambos se desviarem evitando a colisão, o grupo considerará ambos inaptos para o cargo.

a) Escreva uma matriz de pagamentos que descreva os resultados das diferentes opções estratégicas deste jogo.

b) Qual será a solução para o Tó Jó e o Tó Zé, se eles não conseguirem combinar o resultado entre si e se as opções desviar/não-desviar forem decididas uma vez por todas?

c) Discuta se o resultado do confronto se poderá clarificar, no caso de as opções serem decididas com graus diferentes de probabilidade.

3 Duas empresas 1 e 2 concorrem pelos preços e podem obter diferentes níveis de lucros, consoante optem por preços de venda ao público baixos ou altos. Os lucros estão representados na seguinte matriz:

		Empresa 1	
		Preço Baixo	*Preço Alto*
Empresa 2	*Preço Baixo*	2, 0	1, 2
	Preço Alto	0, 7	6, 6

a) Verifique se cada uma das empresas prefere ou não igualar os seus preços de venda aos da outra empresa.
b) Quais são os equilíbrios de Nash se as empresas se decidirem a escolher e implementar as suas estratégias o mais rapidamente possível e sem combinarem os resultados entre si?
c) Haverá vantagem para as empresas em serem líderes de mercado? E para os consumidores? Tomando em consideração os resultados a que chegou, considera que a melhor solução para as empresas é eficiente à Pareto? Porquê?

4 Na vila Ao Sol existem dois merceeiros que se detestam, o sr. Gerardo e o sr. Rui. Diz-se na aldeia qua são desavenças antigas, de família, coisa séria, portanto. Eles estão sempre a tentar roubar clientela um ao outro. Actualmente estão empenhados em desenvolver estratégias agressivas de publicidade. Se estas forem implementadas os lucros previstos (em centenas de euros por mês) para ambos estão representados na matriz seguinte:

		Rui	
		Sem Publicidade	*Publicidade*
Gerardo	*Sem publicidade*	3, 3	0, 4
	Publicidade	4, 0	1, 1

a) Analise os equilíbrios no jogo estático em estratégias puras. Justifique.
b) Se o jogo se repetir três vezes haverá um ou vários equilíbrios de Nash? Descreva-os. Explique.
c) Se o jogo se repetir indefinidamente, haverá um ou vários equilíbrios de Nash? Descreva alguns dos equilíbrios possíveis. Explique.

5 Suponha que a empresa A e a empresa B tencionam entrar num novo mercado, sendo esperados os seguintes lucros:

		General Motors B	
		Entra	*Não entra*
A Toyota	*Entra*	10, -40	250, 0
	Não entra	0, 200	0, 0

a) Qual é o equilíbrio do jogo simultâneo em estratégias puras?
b) Como se alteraria a resposta da alínea a) se a empresa B recebesse um subsídio de €50 se entrasse no mercado?

6 O Pedro adora passar férias nos Picos da Europa enquanto que o sonho de férias de Joana é irem para Bora Bora. Apesar de terem gostos tão diferentes, Pedro e Joana amam-se ao ponto de estarem dispostos a desistir dos seus prazeres preferidos para poderem estar sempre juntos, sem perderem um único momento.

a) Acha que os dilemas amorosos do Pedro e da Joana são um jogo? Porquê?
b) Construa uma matriz de pagamentos para estes dois que expresse a satisfação de ambos para as várias situações possíveis. Explique todas as suas opções.
c) O que decidirão o Pedro e a Joana fazer nas férias deste ano, se não conseguirem combiná-las previamente e se tiverem de optar entre Picos e Bora Bora apenas uma única vez?
d) Como é que alteraria as regras do jogo para que ele fizesse mais sentido?

7 Duas empresas produzindo para o mesmo mercado enfrentam, cada uma, duas opções para maximizarem os seus lucros: ou vendem 10 u.f. de produto ou vendem 20 u.f.. Os lucros económicos para cada uma estão representados na seguinte matriz:

		Empresa 2	
		10	*20*
Empresa 1	*10*	30, 30	50, 35
	20	60, 40	20, 20

a) Identifique e caracterize os equilíbrios do jogo simultâneo em estratégias puras. Qual é o resultado provável do jogo?
b) Como se alteraria a sua análise se o governo cobrasse um imposto fixo de 40 a cada empresa? Como se alteraria se cada empresa tivesse a possibilidade de encerrar, evitando assim pagar o imposto?
c) Desenhe a árvore do jogo se a empresa 1 puder jogar primeiro (e não houver imposto). Qual é o resultado do jogo? Porquê?
d) Ainda no caso de a empresa 1 jogar primeiro, identifique todos os equilíbrios de Nash do jogo e o equilíbrio de Nash perfeito no subjogo. O que distingue perfeição no subjogo da não perfeição?
e) Desenhe a árvore do jogo se a empresa 2 puder jogar primeiro. Qual é o resultado? Porquê?

8 Duas empresas podem escolher entre grande ou pequena campanhas publicitárias para os seus produtos, e enfrentam a seguinte matriz de lucros:

		Empresa B	
		Pequena	*Grande*
Empresa A	*Pequena*	70, 50	40, 65
	Grande	60, 35	30, 30

a) Como poderia justificar os efeitos da publicidade nos lucros das empresas?
b) As empresas têm estratégias dominantes no jogo estático?
c) Analise os equilíbrios do jogo estático em estratégias puras.
d) Suponha que a empresa A tem a possibilidade de jogar primeiro. Que estratégias iriam as empresas adoptar?
e) Se a empresa B puder jogar primeiro, que estratégias adoptariam as empresas?
f) As empresas têm vantagem em jogar primeiro?
g) As empresas escolhem no jogo dinâmico as mesmas acções que escolheriam no jogo estático? Porquê ou porque não?

9 João e José são artesãos e produzem peças de olaria. Ambos estão dispostos a produzir ou 64 ou 48 peças. Consoante as opções, podem obter os lucros que estão representados na seguinte matriz:

		José	
		64	*48*
João	*64*	4.1, 4.1	5.1, 3.8
	48	3.8, 5.1	4.6, 4.6

a) Analise os equilíbrios do jogo estático e em estratégias puras.
b) O que acontecerá se o jogo for repetido cinco vezes?
c) E se for repetido eternamente?

10 Considere a seguinte matriz de pagamentos:

		B		
		B1	*B2*	*B3*
A	*A1*	1, 1	0, 2	0, 1
	A2	a, 0	1, 1	1, b
	A3	1, 0	0, b +1	0, 0

a) Para que valores de a e de b é possível obter um equilíbrio em estratégias dominantes?
b) Quantos equilíbrios de Nash é possível obter? Poderão existir dois equilíbrios de Nash ao mesmo tempo?

C. Respostas às questões de Escolha Múltipla

1.d); 2.c); 3.a); 4.d); 5.a); 6.d); 7.a); 8.d).

D. Tópicos de resolução das questões abertas

1 a) Sim. Há 2 jogadores Luísa e Pedro. Cada um tem duas estratégias: Luísa → pagar um Prémio (P) e Sem Pagar Prémio (SP); Pedro → Trabalhar a Sério (TS) e Trabalhar Pouco (TP). Os resultados que cada um obtém dependem da decisão do outro → conflito estratégico. Os resultados são os pagamentos, apresentados em forma de matriz. Neste caso, os resultados expressam a utilidade das decisões dos dois. A Luísa maximiza a sua se não pagar prémio e se o Pedro trabalhar a sério → {3}; a Luísa minimiza a sua utilidade se pagar prémio e se o Pedro trabalhar pouco → {-1}. As situações intermédias da Luísa serão aquelas nas quais ela paga o prémio e o Pedro trabalha a sério → {1}; ou quando ela não paga o prémio mas o Pedro trabalha pouco → {0}. É claro que, nestas últimas e para a Luísa, os pagamentos das estratégias (P, TS), (1,2) > pagamentos das estratégias (SP,TP), (0,0), porque a Luísa gostaria mesmo que o Pedro fosse menos mandrião, mesmo que à custa de um maior gasto suportado por ela. Os resultados expressam igualmente a utilidade associada às decisões do Pedro.

b) Ambos têm. Estratégia dominante é aquela que permite obter o pagamento maior para todas as escolhas do outro jogador. No caso da Luísa: se o Pedro TS, a Luísa SP; e se o Pedro TP, a Luísa também SP. Logo, a estratégia SP é sempre a melhor-resposta da Luísa para qualquer escolha do Pedro. No caso do Pedro: se a Luísa P, o Pedro TP; e se a Luísa SP, então o Pedro continua a TP. Logo, a estratégia TP é sempre a melhor-resposta do Pedro independentemente do pagamento do prémio.

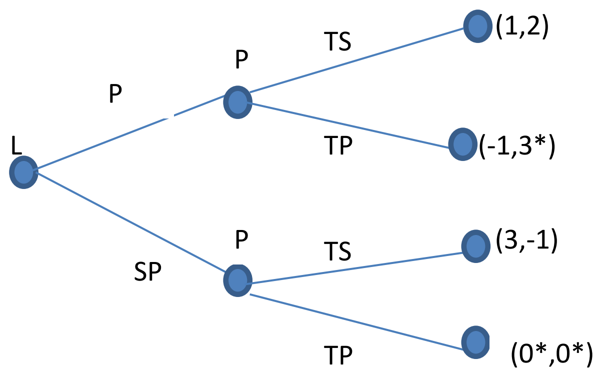
c) Se tomarem a decisão sem a combinarem previamente entre eles, então estamos perante um jogo simultâneo. Neste caso, como os dois jogadores têm estratégias dominantes, então ambos escolhê-las-ão e a solução do jogo é um equilíbrio em estratégias dominantes (SP, TP). Um equilíbrio em estratégias dominantes é sempre um equilíbrio de Nash.

d) Porque qualquer um deles pode obter um resultado melhor alterando sozinhos o seu próprio comportamento. Por exemplo se a Luísa pagar o prémio, o Pedro pode ficar muito mais satisfeito se escolher continuar a mandriar, porque passa de um pagamento 2 para um pagamento 3.

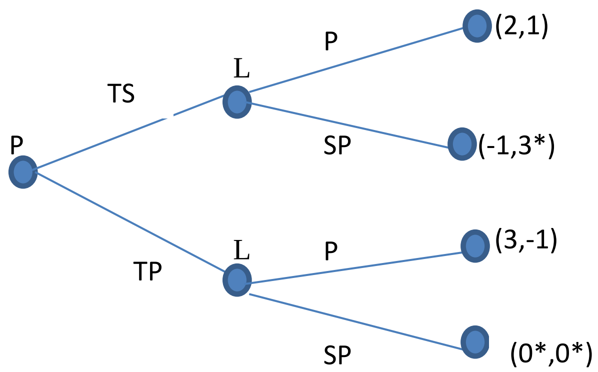
e) Há. É um jogo simultâneo, com um equilíbrio em estratégias dominantes que é dominado à Pareto.

f) Ambos conseguem um melhor resultado do que o obtido em c), com as estratégias (P, TS) – óptimo de Pareto. Tal resultado só poderá ser alcançado se ambos o combinarem previamente entre si → conluio. Todavia, este conluio pode não ser estável, porque quer a Luísa quer o Pedro têm incentivos fortes para o não cumprir, à revelia do outro. Por exemplo se a Luísa deixar de pagar o prémio porque o Pedro está a trabalhar a sério, ela passará de um pagamento de 1 para um pagamento de 3; no caso do Pedro, ele pode decidir que, como já recebeu o prémio, então poderá voltar a trabalhar menos passando assim de um pagamento igual a 2 para um igual a 3. Para que o conluio seja estável, o jogo terá que ser repetido e os jogadores terão que usar estratégias de punição

g) Se Pedro ficar à espera da decisão da Luísa então isso quer dizer que o jogo passará a ser sequencial sendo a Luísa a primeira a tomar a decisão e, a seguir, será a vez do Pedro. Para se conhecer qual vai ser a solução sequencial, vamos representar o jogo na forma extensiva usando uma árvore:



Tomando decisões sequencialmente sendo Luísa a primeira a fazê-lo, não altera o resultado do jogo – (SP, TP).
Se for o Pedro o primeiro a tomar a decisão, o equilíbrio mantém-se inalterado:



Em resumo: neste jogo, e tal como acontece em qualquer situação do tipo dilema do prisioneiro, os jogadores estão presos à solução em estratégias dominantes, independentemente da forma adoptada para a escolha das estratégias e apesar de o resultado não ser óptimo de Pareto. A melhor solução para eles e que é compatível com o óptimo de Pareto só será alcançável se o jogo for repetido.

2 a) Tó Jó: hierarquização dos resultados:

	Estratégias	Pagamentos
Pior situação	{ND,ND}	{-10, ….}
Melhor situação	{ND,D}	{2, …}
Melhor Situação intermédia	{D,D}	{1, …}
Pior Situação intermédia	{D,ND}	{0, …}

Tó Zé: hierarquização dos resultados:

	Estratégias	Pagamentos
Pior situação	{ND,ND}	{…., -10}
Melhor situação	{ND,D}	{…, 2}
Melhor Situação intermédia	{D,D}	{ …, 1}
Pior Situação intermédia	{D,ND}	{ …, 0}

A matriz será então:

		Tó Zé	
		Desvia (D)	Não desvia (ND)
Tó Jó	Desvia (D)	1, 1	0, 2
	Não desvia (ND)	2, 0	-10, -10

b) Temos então um jogo simultâneo jogado com estratégias puras. Nenhum jogador tem estratégias dominantes; logo o jogo não tem equilíbrio em estratégias dominantes. Existem, todavia, dois equilíbrios de Nash em estratégias puras: (D, ND) e (ND, D). Tó Jó obviamente prefere o primeiro enquanto Tó Zé o segundo.

c) Neste caso, voltamos a estudar o jogo mas agora com estratégias mistas. Qual será a probabilidade de optar por D e por ND para ambos, de forma a se obter um equilíbrio de Nash?

No caso do Tó Jó:

EV desviar = $1 \times \Pi_{TZ} + 0 \times (1- \Pi_{TZ}) = \Pi_{TZ}$; EV não desviar = $2 \times \Pi_{TZ} + (-10) \times (1- \Pi_{TZ}) = 12\Pi_{TZ} -10$. Para que haja um equilíbrio de Nash, o Tó Jó terá de ficar indiferente entre Desviar e Não Desviar, o que acontece se os valores esperados obtidos com cada uma destas estratégias forem iguais. Igualando então os valores esperados e resolvendo para a incógnita Π_{TZ} obtém-se: $\Pi_{TZ} = 12\Pi_{TZ} -10 \Leftrightarrow \Pi_{TZ} =10/11$. Ou seja, o Tó Zé terá de escolher Desviar com probabilidade 10/11 e Não Desviar com probabilidade 1/11, para se obter um equilíbrio de Nash.

No caso do Tó Zé:

EV desviar = $1 \times \Pi_{TJ} + 0 \times (1- \Pi_{TJ}) = \Pi_{TJ}$; EV não desviar = $2 \times \Pi_{TJ} + (-10) \times (1- \Pi_{TJ}) = 12\Pi_{TZJ} -10$. Para que haja um equilíbrio de Nash, o Tó Zé terá de ficar indiferente entre Desviar e Não Desviar, o que acontece se os valores esperados obtidos com cada uma destas estratégias forem iguais. Igualando então os valores esperados e resolvendo para a incógnita Π_{TJ} obtém-se: $\Pi_{TJ} = 12\Pi_{TJ} -10 \Leftrightarrow \Pi_{TJ} =10/11$. Ou seja, o Tó Jó terá de escolher Desviar com probabilidade 10/11 e Não Desviar com probabilidade 1/11, para se obter um equilíbrio de Nash. Ou seja, se ambos desviarem com probabilidade 10/11 e não desviarem com probabilidade 1/11, haverá equilíbrio de Nash com os seguintes pagamentos:

		Tó Zé	
		Desvia (D) 10/11	Não desvia (ND) 1/11
Tó Jó	Desvia (D) 10/11	1,1 100/121	0,2 10/121
	Não desvia (ND) 1/11	2,0 10/121	-10,-10 1/121

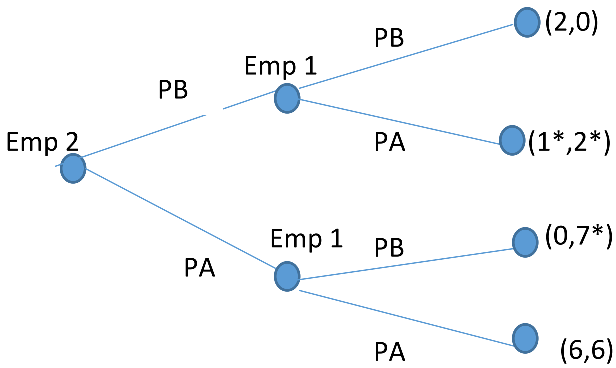
Tó Jó: $1 \times 100/121 + 0 \times 10/121 + 2 \times 10/121 +(-10) \times 1/121 = 100/121 + 20/121 – 10/121=110/121$;

Tó Zé: 110/121.

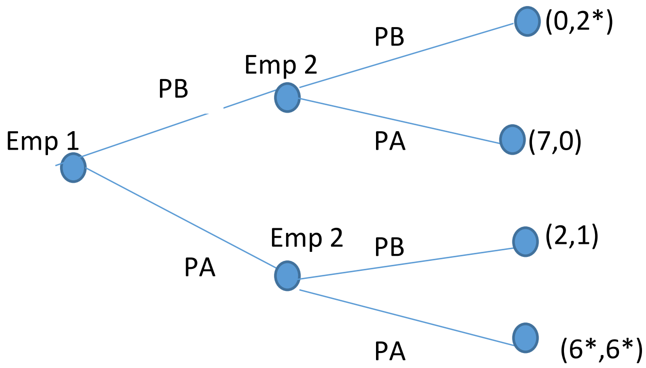
3 a) Analisando os pagamentos de cada empresa, conclui-se que a empresa 2 prefere igualar o preço da empresa 2, mas a empresa 2 prefere um preço diferente do da empresa 1.

b) Não existem equilíbrios de Nash em estratégias puras. Se as empresas jogarem com estratégias mistas o equilíbrio de Nash será: a empresa 1 escolherá preços baixos com uma probabilidade de 5/7 e preços altos com probabilidade de 2/7; a empresa 2 escolherá preços baixos com probabilidade de 1/3 e preços altos com probabilidade 2/3. Ou seja, o equilíbrio em estratégias mistas é (1/3, 5/7). Os pagamentos esperados no equilíbrio em estratégias mistas para cada empresa serão: empresa 2 = $2 \times 5/21 + 1 \times 3/21 + 0 \times 10/21 + 6 \times 4/21 = 37/21$; empresa 1 = $0 \times 5/21 + 2 \times 3/21 + 7 \times 10/21 + 6 \times 4/21 = 100/21$, ou seja (37/21; 100/21).

c) Se há uma empresa líder, isto significa que o jogo estratégico passa a ser sequencial sendo a líder a escolher em primeiro lugar. Representemos num diagrama de árvore o jogo sequencial em que a empresa 2 é líder:



Se ambas as empresas jogarem na óptica da maximização dos lucros, então o jogo terá um equilíbrio obtido por retro-indução: (PB, PA). A empresa 2 não tem grande vantagem em ser líder.
Representemos agora num diagrama de árvore o jogo sequencial em que a empresa 1 é líder:



Se ambas as empresas jogarem na óptica da maximização dos lucros, então o jogo terá um equilíbrio obtido por retro-indução: (PA, PA). Ambas as empresas ganham se a empresa 1 for a líder na medida em que obtêm um resultado semelhante ao de conluio.

4 a) Este jogo é um jogo de dilema de prisioneiro pelo que o equilíbrio é um equilíbrio em estratégias dominantes (Publicidade, Publicidade).

b) Se o jogo for jogado 3 vezes, o equilíbrio continua a ser ambos fazerem publicidade com pagamentos (1,1). Isto porque, se ambos começarem por não fazer publicidade – obtendo pagamentos (3,3) -, quando chegar o 3ª e último período, cada um irá optar por fazer publicidade aumentando os lucros à custa do rival: se ambos sabem que no último período cada um acabará por fazer publicidade para lucrar à custa do outro, então para quê continuar sem a fazer nos períodos anteriores? Neste caso só haverá um equilíbrio que é fazer publicidade.

c) Há multiplicidade de equilíbrios. Um equilíbrio possível é cada jogador optar por fazer publicidade sempre, o resulta nos pagamentos (1,1) em cada período. Outro equilíbrio consiste em os merceeiros adoptarem estratégias olho-por-olho: ou seja, cada um vai retaliar no período seguinte copiando a acção escolhida pelo rival no período anterior. Imaginemos que os senhores Gerardo e Rui são suficientemente interesseiros para, apesar do seu ódio de estimação, perceberem que ganham mais se cooperarem no sentido de ambos não fazerem publicidade. Assim, cada um escolhe não fazer publicidade no primeiro período e assim continuarão a proceder nos meses seguintes enquanto nenhum deles quebrar o acordo. Se, no entanto, algum deles optar por fazer publicidade o outro, no período seguinte, imitará o comportamento do adversário e o equilíbrio será novamente o de estratégias dominantes. Mas, se um deles voltar a escolher não fazer publicidade, estará a dar um sinal ao outro de que está interessado na solução de conluio que é ambos não fazerem publicidade. E assim continuarão, cada um sabendo que o outro irá sempre imitar o seu comportamento, como retaliação, numa estratégia olho-por-olho. Num jogo eterno, os merceeiros estão condenados a cooperarem - apesar do seu ódio - a bem dos negócios. Ou seja, se ambos permanecerem eternamente sem fazer publicidade, cooperando, portanto, obterão com certeza os melhores resultados, não havendo interesse em deixarem de cooperar. Os srs. Gerardo e Rui podem-se odiar, mas têm olho para negócios.

5 a) A tem uma estratégia pura dominante que é entrar, independentemente da escolha de B. Mas B não tem nenhuma estratégia dominante. Logo há um único equilíbrio de Nash que é (Entra, Não Entra). É um equilíbrio de Nash porque nenhuma das empresas tem um incentivo para alterar, por si só, este resultado: por exemplo, se a emp B tentar alterá-lo sozinha escolhendo Não Entrar passará de um pagamento 0 para um pagamento -40 e ficará pior. O mesmo acontece para a emp A: por exemplo, se A decidir também que não entra, passará de 250 para 0 e, portanto, ficará pior.

b) O subsídio não afecta as decisões da empresa A mas afecta as de B. Com o subsídio, a nova matriz será:

		General Motors B	
		Entra	*Não entra*
A Toyota	*Entra*	10, 10	250, 0
	Não entra	0, 250	0, 0

Após o subsídio, Entrar passará a ser a estratégia dominante para B. Logo, o novo equilíbrio será um equilíbrio de Nash com estratégias dominantes (Entra, Entra).

6 a) Sim. Há dois jogadores; cada um tem duas estratégias/acções Picos da Europa e Bora Bora; a satisfação de cada um depende da decisão tomada pelo outro logo há comportamentos estratégicos: ambos ficam muito satisfeitos se forem para os seus locais preferidos na companhia do outro; ambos ficarão muito tristes se forem para locais que não são da sua preferência e sem a companhia do outro; ambos ficarão medianamente felizes em qualquer situação intermédia: por exemplo o Pedro ficará muito mais satisfeito se for com ela para Bora Bora do que se for para os Picos sem ela.

b) Os pagamentos reflectem a satisfação de cada um nas várias situações.

Joana

		Picos	*Bora Bora*
Pedro	*Picos*	2, 1	-1, -1
	Bora Bora	-1, -1	1, 2

c) A solução é a de um jogo simultâneo, estático, em que cada um escolhe as suas estratégias de uma só vez. Há dois equilíbrios de Nash em estratégias puras (Picos, Picos) e (Bora Bora, Bora Bora).

d) Uma solução seria combinarem previamente os resultados. Outra solução seria aprenderem com as escolhas um do outro ao longo do tempo; ou seja, se o jogo fosse repetido, eles acabariam por perceber que o melhor para ambos seria alternarem os destinos de férias, mas mantendo-se sempre juntos

7 a) Dois equilíbrios de Nash: (10, 20) e (20, 10). Com (20, 10) ambas as empresas obtêm maiores pagamentos; portanto (20, 10) é o resultado provável do jogo.

b) Com o imposto ambas as empresas sofreriam uma quebra de lucros no montante equivalente ao do imposto:

		Empresa 2	
		10	*20*
Empresa 1	*10*	-10, -10	10, -5
	20	20, 0	-20, -20

As estratégias de equilíbrio não se alteram. Todavia o vector de pagamentos do equilíbrio mais provável passa a ser (20, 0). Se cada empresa puder encerrar, teremos que acrescentar uma linha e uma coluna à matriz. Neste caso, o equilíbrio (20, 10) mantém-se, mas (10, 20) deixa de ser equilíbrio (e podem surgir equilíbrios novos).

c) A empresa 2 responde a 10 da empresa 1 vendendo 20, e a 20 vendendo 10. Prevendo estas respostas, a empresa 1 escolhe vender 20. O resultado é o mesmo que no jogo simultâneo.

d) O equilíbrio de Nash perfeito nos subjogos é o identificado em c). Existem dois outros equilíbrios de Nash, que não são perfeitos nos subjogos. O primeiro: a empresa 2 responde sempre com 10 e a empresa 1 escolhe 20. Este equilíbrio origina o mesmo resultado que o anterior, mas o equilíbrio não é perfeito nos subjogos porque 10 não é uma melhor resposta da empresa 2 ao 10 da empresa 1. Como a empresa 1 escolhe 20, isso não é relevante; mas se a empresa 1 se enganasse e escolhesse 10, seria irracional da empresa 2 responder com 10. O segundo: a empresa 1 escolhe 10 e a empresa 2 responde sempre com 20 (tanto à escolha de 10 como de 20 por parte da empresa 1).

e) A empresa responde a 10 vendendo 20 e a 20 vendendo 10. Prevendo isto a empresa 2 escolhe vender 10, obtendo-se de novo o mesmo resultado

8 a) Aumentar a publicidade reduz muito o lucro da empresa rival e pouco aumenta ou diminui mesmo o próprio lucro. Isto sugere que neste caso a publicidade é pouco eficaz (e preciso gastar muito dinheiro para atrair mais clientes) e o seu efeito é sobretudo roubar clientes à rival.

b) Pequena campanha é estratégia dominante para empresa A; a empresa B não tem estratégia dominante.

c) Existe um equilíbrio de Nash: (Pequena, Grande); a empresa A adopta a sua estratégia dominante, e a melhor resposta da empresa B a essa estratégia é a Grande campanha.

d) A empresa B responde a Pequena com Grande e a Grande com Pequena. Prevendo isto, a empresa A adopta Grande.

e) A empresa A responde sempre com Pequena (a sua estratégia dominante no jogo estático). Prevendo isto a empresa B joga Grande.

f) Qualquer das empresas tem vantagem e jogar primeiro relativamente a jogar em segundo lugar.

g) Nem sempre. A empresa A, quando joga em segundo lugar, escolhe sempre Pequena, tal como fazia no jogo estático, já que Pequena é a sua melhor resposta a qualquer estratégia da rival. Mas quando joga primeiro escolhe Grande (melhor resposta é aqui irrelevante, pois quem joga primeiro não 'responde'), conseguindo assim influenciar em seu favor o comportamento da rival.

9 a) (64, 64) é o equilíbrio de estratégias dominantes.

b) O equilíbrio continua a ser o mesmo do que o do jogo estático. No jogo repetido, cada jogador irá escolher as suas estratégias, período após período, em função da escolha anterior feita pelo rival. Se João e José combinarem escolher (48,48) nas 5 vezes, ambos sabem que, na 5ª vez, vão violar o acordo e ambos escolherão 64 (por têm um incentivo para o fazer), voltando assim ao equilíbrio do jogo estático. Se ambos sabem que na 5ª e última jogada ambos vão violar o acordo, então consideram que não vale a pena cumprirem-no nas jogadas anteriores.

c) Se o jogo puder ser jogado eternamente e sem fim à vista o equilíbrio pode ser a escolha de (48, 48) em cada período, se os jogadores usarem estratégias de punição (do tipo olho-por-olho, por exemplo). Com este tipo de estratégias, se, o valor esperado de "roer a corda" for menor do que o valor esperado de cumprir o acordo, será possível sustentar a jogada de (48, 48) em cada período.

10 a) Estratégias dominantes para A: se B escolher B1, A escolhe A2 se $a>1$; se B escolhe B2, A escolhe A2; se B escolhe B3, A escolhe A2. Logo A terá uma estratégia dominante quando $a>1$.

Estratégias dominantes para B: se A escolhe A1, B escolhe B2; se A escolhe A2, B escolhe B2 se $b<1$; se A escolhe A3, B escolhe B2 se $b>-1$. Logo, B terá uma estratégia dominante que é B2 se $-1<b<1$.

Haverá, portanto, um equilíbrio em estratégias dominantes se $a>1$ e $-1<b<1$.

b) Determinemos os equilíbrios de Nash, linha a linha.
(A1, B2) não é equilíbrio de Nash;
(A2, B2) e (A2, B3) são Nash ao mesmo tempo se $b=1$; (A2, B2) é Nash se $b<1$; e (A2, B3) é Nash se $b>1$;
(A3, B1) é Nash se $a\leq 1$ e $b\leq -1$.

5. Incerteza

A. Questões de Escolha Múltipla

1 Miguel é neutro ao risco. Logo a sua utilidade esperada em diferentes níveis de riqueza:

a) fica acima da função da utilidade dele;
b) fica abaixo da função da utilidade dele;
c) fica igual à função da utilidade dele;
d) não existe.

2 A utilidade que o Manuel retira de um euro adicional é maior quando ele tem €1.000 do que quando ele tem €20.000. Logo podemos concluir que o Manuel

a) é avesso ao risco;
b) é amante do risco;
c) é neutro ao risco;
d) nenhuma das anteriores alternativas está correcta.

3 Um consumidor racional maximiza

a) o risco;
b) o retorno;
c) a utilidade esperada;
d) nenhuma das anteriores alternativas está correcta.

4 A função de utilidade esperada de um consumidor avesso ao risco é

a) decrescente;
b) convexa;
c) côncava;
d) linear.

5 Um consumidor neutro ao risco

a) compraria seguro mais caro que o actuarialmente justo;
b) não compraria seguro mais caro que o actuarialmente justo;
c) é indiferente à compra do seguro;
d) não há informação suficiente para determinar qual das anteriores alternativas está correcta.

B. Questões Abertas

1 O nível de riqueza corrente da Marta é w = 121. Considere que a Marta participa no jogo "lançamento de uma moeda ao ar", em que se sair cara ganha 23 e se sair coroa perde 21. A sua função de utilidade é u(w) = $w^{0,5}$.

a) Qual é o valor esperado deste jogo? E a utilidade deste valor esperado?

b) Qual é a utilidade esperada do jogo? Compare com a utilidade do valor esperado do jogo.

c) Responda às questões anteriores supondo, agora, que se sair coroa a Marta perde 23.

d) Admitindo que a possibilidade de perda no jogo é 23, qual é a quantia máxima que a Marta estaria disposta a pagar para não participar no jogo?

2 O Casino oferece aos seus clientes o jogo "O Dobro ou Nada". Este jogo consiste em apostar k euros no lançamento duma moeda. O cliente recebe o dobro do apostado se adivinha o resultado, mas perde o seu dinheiro em caso contrário. Seja $u(w)$ a função de utilidade que o cliente retira da riqueza w.

a) Escreva a função que descreve a utilidade esperada do jogo.

b) Qual é atitude perante o risco dos jogadores, clientes do Casino, que têm as funções de utilidade seguintes?

   i. $u_1(w)=w^{0,5}$.

   ii. $u_2(w)=2w$.

   iii. $u_3(w)=w^2$.

3 Maria comprou uma quinta que vale €500.000. Há uma probabilidade π_I de ocorrer um incêndio que deixará a casa da quinta em cinzas, passando a quinta a valer €50.000. Seja C_I o consumo em caso de incêndio e C_N o consumo quando nada acontece. A função de utilidade esperada da Maria é

$$U(C_I, C_N, \pi_I, \pi_N) = \pi_I\sqrt{C_I} + \pi_N\sqrt{C_N}\,.$$

Estima-se que a probabilidade de ocorrer um incêndio π_I é 10%. Para fazer face a esta eventualidade, a Maria pode fazer um seguro da casa, pagando 10 cêntimos por cada euro seguro. Seja k o montante seguro.

a) Indique a restrição orçamental da Maria.

b) Determine quanto está a Maria disposta a cobrir por um seguro.

4 José está a pensar em fazer uma aposta na vitória da selecção de Portugal no próximo jogo de futebol. O seu amigo, Pedro, pelo contrário, aposta na derrota 10 contra 1. José acha que a probabilidade da selecção ganhar é 20%. Se José não apostar, ele de certeza vai ter €1.000 para gastar em bens e serviços. A função da utilidade esperada do José é

$$U(C_V, C_D, \pi_V, \pi_D) = \pi_V\sqrt{C_V} + \pi_D\sqrt{C_D}.$$

a) Qual é o valor que José deveria apostar na vitória dada a sua função de utilidade e a sua restrição orçamental, para maximizar a sua utilidade?

b) Quais serão os níveis de consumo do José no caso da selecção ganhar e no caso da selecção perder?

5 A empresa farmacêutica *Farma* está a testar um novo medicamento. As acções da *Farma* valem actualmente €10. Se os ensaios forem bem-sucedidos, as acções passarão a valer €15, mas se o medicamento não resultar, haverá uma perda de €5 por acção. O Dr. Sousa dispõe de €50.000 para investir em acções da *Farma*. Seja x o número de acções que ele adquirirá. Sabe-se que a probabilidade de o medicamento funcionar é de 75%. A sua função de utilidade esperada é

$$U(C_S, C_f) = 0{,}75 \ln C_S + 0{,}25 \ln C_f \ ,$$

em que C_s e C_f são o consumo, respectivamente, no caso de sucesso e falhanço dos testes.

a) Escreva a restrição orçamental do consumidor.
b) Calcule o número óptimo de acções a comprar.

C. Respostas às questões de Escolha Múltipla

1.c); 2.a); 3.c); 4.c); 5.b)

D. Tópicos de resolução das questões abertas

1 a) VE = 122; U(VE)=11,05.

b) UE = 11; comparando UE com a U(VE) conclui-se que a Marta é avessa ao risco.

c) VE = 121; U(VE) = 11; UE = 10,95. Comparando UE com a U(VE) conclui-se que a Marta é avessa ao risco.

2 a) $UE = 0{,}5u(w+k) + 0{,}5(w-k)^{0{,}5}$.

b) 1º jogador é avesso ao risco; 2º jogador é neutro ao risco; e 3º jogador é amante do risco.

3 a) O declive da restrição orçamental é -0,1k/(k-0,1k) = -1/9. A equação da restrição orçamental é dada por $C_i + 9C_N$ = €4.550.000.

b) k = €450.000.

4 a) €323,08

b) No caso da selecção ganhar o José consome €4.230,77; e no caso de selecção perder o José consome €676,92.

5 a) O declive da restrição orçamental é -5x/5x = -1. A equação da restrição orçamental é dada por $C_s + C_f$ = 100.000.

b) 5.000.

6. Informação Assimétrica

A. Questões de Escolha Múltipla

1 Depois de assinar o contracto de seguro com a companhia seguradora dos automóveis, o Pedro conduz o carro de uma maneira mais arriscada. Trata-se de um exemplo de

a) selecção adversa;
b) risco moral;
c) sinalização;
d) nenhuma das alternativas anteriores está correcta.

2 A selecção adversa pode ocorrer quando

a) todos os participantes numa transacção possuem informação completa;
b) um participante tem informação que não está disponível a outros participantes;
c) ninguém tem informação sobre o produto particular;
d) nenhuma das anteriores alternativas está correcta.

3 Se uma seguradora que oferece seguros de vida não exige nenhum exame médico aos seus clientes, é mais provável que esta companhia

a) cobre um prémio maior que um prémio médio do mercado;
b) cobre um prémio menor que um prémio médio do mercado;
c) não cobre nenhum prémio;
d) nenhuma das anteriores alternativas está correcta.

4 As seguradoras que oferecem seguros de vida normalmente exigem exames médicos aos seus clientes para prevenir

a) que o cliente morra antes de obter o prémio do seguro;
b) a selecção adversa;
c) sinalização;
d) nenhuma das anteriores alternativas está correcta.

5 Se os consumidores têm acesso limitado à informação sobre o preço de um certo bem e há custos na obtenção desta informação, então

a) todas as empresas produtoras deste bem cobram o mesmo preço;
b) o resultado será o preço de monopólio;
c) a diferença entre os preços das várias empresas será maior que os custos de obtenção de informação;
d) nenhuma das anteriores alternativas está correcta.

B. Questões Abertas

1 Os trabalhadores por conta própria podem optar por adquirir seguro de saúde, mas muitos – especialmente jovens – não o fazem, devido à selecção adversa. Suponha que metade da população é saudável e a outra metade não é saudável. Ficar doente tem um custo de €1.000 às pessoas saudáveis e de €10.000 às não saudáveis. A probabilidade de uma pessoa (saudável ou não) ficar doente é 40%. Cada pessoa tem a função de utilidade u(y) = y0,5, onde y é a riqueza da pessoa, sendo a riqueza inicial de €30.000. Embora cada pessoa saiba se é saudável ou não, a companhia de seguros não tem essa informação. A companhia de seguros oferece um seguro completo e, como não consegue determinar se uma pessoa é saudável ou não, tem que oferecer a mesma cobertura ao mesmo preço a todas as pessoas. O único custo da companhia de seguros são as despesas de saúde com os segurados. Nestas condições, ela cobre todas as despesas médicas dos seus segurados e o seu lucro esperado é nulo.

a) Se toda a gente adquirisse o seguro, qual seria o seu preço?
b) As pessoas saudáveis irão comprar o seguro ao preço determinado na alínea anterior?
c) Se apenas as pessoas não saudáveis comprarem seguro, qual vai ser o seu preço?
d) As pessoas não saudáveis irão comprar o seguro ao preço determinado na alínea anterior?
e) Uma vez que cada pessoa pode escolher comprar ou não o seguro, que tipo de pessoas irá de facto comprar o seguro? Qual será o seu preço? Discuta o problema da seleção adversa.

2 Muitos compradores potenciais estão dispostos a pagar por um carro em bom estado (*plum*) o preço p_1 e por um carro em mau estado (*lemon*) o preço p_2, $p_2 < p_1$ O valor ao qual os vendedores potenciais de carros usados estão dispostos a vender um *plum* é de v_1, $v_1 \leq p_1$, e um *lemon* é de v_2, $v_2 \leq p_2$. Todos os participantes no mercado são neutros ao risco. Seja Θ a proporção de *lemons* no total dos carros usados que podem ser potencialmente vendidos.

a) Quais são as condições necessárias a que todos os carros usados sejam vendidos?
b) E quando serão apenas os *lemons* vendidos?
c) Em que condições nenhum dos carros usados será vendido?

3 Considere que os compradores do exercício 2 incorrem num custo de transação de €200 por carro. Este custo de transação representa o valor do tempo que o comprador necessita para procurar o carro. Determine o equilíbrio. É possível que nenhum carro seja vendido em equilíbrio?

4 Suponha que num mercado de automóveis de segunda mão, todos os potenciais compradores são neutros face ao risco e valorizam os carros em mau estado (*lemons*) em €1.000 e os carros em bom estado (*plums*) em €2.000. Suponha ainda que o preço de reserva dos proprietários de *lemons* é €750 e que o dos carros bons (*plums*) é €1.750. A proporção dos vendedores potenciais que têm *plums* é θ.

Determine o valor de θ para o qual todos os potenciais vendedores venderão os seus carros usados. Descreva o equilíbrio.

5 Considere um mercado de 200 carros usados postos à venda. A metade deles está em bom estado (*plum*) e a outra metade está em mau estado (*lemons*). Os proprietários de *lemons* estão dispostos a vender os pelo preço €500. O preço de reserva dos donos de *plums* é €900. No mercado há muitos compradores que estão dispostos a pagar €700 por um *lemon* e €1.900 por um *plum*, mas os compradores não dispõem de informação sobre o estado dos carros.
Nestas condições qual seria o preço máximo que o comprador estaria disposto a pagar por um carro no equilíbrio em que todos os carros seriam vendidos?

6 Considere que 10% de todos os funcionários são bem qualificados. Se a empresa conseguir distinguir a habilidade dos funcionários, os funcionários pouco qualificados recebem €20.000 e os funcionários bem qualificados recebem €30.000. Sabendo que o diploma universitário sinaliza um elevado nível de qualificação e que o custo de graduação é €11.000, será que pode existir algum equilíbrio agregador (*pooling equilibrium*) ou algum equilíbrio separador (*separating equilibrium)*?

7 A produtividade marginal do trabalho dos indivíduos muitos capazes é €75.000, e a dos pouco capazes é €50.000. O custo da educação profissional é €20.000 para indivíduos muito capazes e €30,000 para os pouco capazes. Determine a proporção de trabalhadores muito capazes no mercado laboral, h_A, para o qual só existe um equilíbrio agregador (*pooling equilibrium*).

C. Respostas às questões de Escolha Múltipla

1.b); 2.b); 3.a); 4.b); 5.d)

D. Tópicos de resolução das questões abertas

1 a) €2.200.

b) Não. Com seguro a sua riqueza seria de €27.800, que é inferior ao pior dos resultados sem seguro.

c) €4.000.

d) Sim. Com seguro a sua riqueza é €26.000, o que proporciona uma utilidade superior à que obtêm com a lotaria que enfrentam sem seguro.

e) Apenas os não saudáveis comprarão o seguro, ao preço de €4.000. Mesmo a um preço de €2.200 — que permitiria à companhia cobrir os custos no caso de haver um número igual de saudáveis e não saudáveis que comprassem o seguro — as pessoas saudáveis não o iriam comprar. (O preço máximo que os saudáveis estão dispostos a pagar pelo seguro é de apenas €402.) Isto é selecção adversa e a companhia teria um prejuízo.

2 a) Os compradores estão dispostos a pagar por um carro de qualidade desconhecida o preço máximo $p = p_1(1 - \theta) + p_2\theta$. Se $p > v_1$ e $p > v_2$, todos os carros serão vendidos.

b) Se $v_1 > p > v_2$, só *lemons* serão vendidos.

c) Se $p < v_1 >$ e $p < v_2$, nenhum carro será vendido.

3 Os compradores estarão dispostos a pagar pelo carro de qualidade desconhecida o preço

$p = p_1(1 - \theta) + p_2\theta$. Com um custo de transação de €200, se $p^* = p - 200$ for maior que v_1 e v_2, todos os carros serão vendidos. Se $v_1 > p^* > v_2$, somente os *lemons* serão vendidos. Se p^* for menor que v_1 e v_2, nenhum carro será vendido.

4 $\Theta \geq ¾$

5 O preço máximo seria €1.300 / unidade.

6 O equilíbrio agregador (*pooling equilibrium*) é possível desde que o salário médio seja superior aos salários de reserva dos dois tipos de trabalhadores. Um equilíbrio separador (*separating equilibrium)* não é possível

7 $h_A \geq 0{,}2$

7. Externalidades e Bens Públicos

A. Questões de Escolha Múltipla

1 Se uma empresa gera poluição como consequência do seu processo produtivo então o equilíbrio privado gera um nível excessivo de poluição porque:

a) A poluição não afecta o bem-estar económico dos indivíduos;
b) A empresa não contabiliza o custo social da produção ao decidir o montante a produzir;
c) A empresa sobreavalia o custo social da produção ao decidir o montante a produzir;
d) A empresa subavalia o custo social da produção ao decidir o montante a produzir.

2 Na ausência de externalidades:

a) O custo marginal social e o custo marginal privado não podem ser comparados;
b) O custo marginal social é menor que o custo marginal privado;
c) O custo marginal social é maior que o custo marginal privado;
d) O custo marginal social é igual ao custo marginal privado.

3 Se a produção do bem K gera uma externalidade negativa, então:

a) Existe uma sobre utilização de recursos na produção do bem K;
b) Existe uma subutilização de recursos na produção do bem K;
c) Os custos de produção do bem K são superiores;
d) Existe uma procura não satisfeita do bem.

4 Quando a utilização de um recurso comum não tem preço então:

a) Os indivíduos não usam esse recurso;
b) Os indivíduos utilizam esse recurso até o benefício marginal social igualar o custo marginal;
c) Os indivíduos utilizam esse recurso até o benefício médio social ser igual ao custo marginal;
d) Nenhuma das respostas anteriores está correcta.

5 A “Tragédia dos Comuns” resulta de:

a) O custo marginal social iguala o custo marginal privado, mas os direitos de propriedade não estão definidos;
b) O custo marginal social é inexistente porque os direitos de propriedade não estão definidos;
c) O benefício marginal social diverge do benefício marginal privado e os direitos de propriedade não estão definidos;
d) O benefício marginal social iguala o benefício marginal privado, mas os direitos de propriedade não estão definidos.

6 A razão pela qual os recursos comuns, como os stocks de peixe em águas internacionais, tendem a ser sobre exploradas é:

a) O benefício marginal social ser maior do que o benefício marginal privado;
b) O benefício marginal social ser sempre igual ao benefício marginal privado;
c) O benefício marginal social ser menor do que o benefício marginal privado;
d) O custo marginal externo ser menor do que o custo marginal privado.

7 150 vizinhos partilham um condomínio. Um dos vizinhos costuma deixar o seu lixo em cima da relva do condomínio. Se aplicássemos o teorema de Coase para tentar obter um óptimo social então:

a) Seria possível alcançar a quantidade óptima de lixo;
b) O condomínio reduziria a zero o lixo despejado na relva;
c) Talvez não se conseguisse chegar ao óptimo social porque a coordenação de 149 vizinhos seria bastante custosa;
d) Seria muito injusto.

8 A procura agregada de um bem público pode ser calculada como:

a) A soma vertical das curvas de procura individuais;
b) A soma horizontal das curvas de procura individuais;
c) O somatório das disponibilidades marginais a pagar dividido pelo número de indivíduos na sociedade;
d) A disponibilidade marginal a pagar do indivíduo da sociedade que mais valoriza o bem público.

9 Os bens públicos podem ser:

a) Produzidos por empresas privadas;
b) Produzidos por empresas públicas;
c) Sujeitos a problemas de "free rider";
d) Todas as alternativas anteriores.

10 A quantidade eficiente de um bem público é alcançada quando o custo marginal de produção do bem público iguala:

a) O benefício marginal de cada indivíduo;
b) O somatório do benefício marginal de todos os indivíduos;
c) O benefício médio dos indivíduos que escolhem consumir o bem público;
d) O benefício médio do conjunto dos indivíduos da sociedade.

11 O mercado falha na produção de bens públicos porque:

a) Não existe procura para esses bens;
b) As empresas não conseguem impedir o consumo do bem pelos consumidores que valorizam o bem;
c) O Estado pode produzir os bens públicos a um preço inferior ao das empresas privadas
d) As respostas b) e c) são correctas.

B. Questões Abertas

1 Um aeroporto regional acabou de abrir junto ao local onde está planeado um aldeamento turístico. O lucro anual do aeroporto (em milhares de euros) é $\pi_A = 40A - A^2$, onde A é o número de milhares de voos anuais. O lucro estimado do aldeamento (também em milhares de euros) é $\pi_C = 56C - C^2 - AC$, onde C é a área construída do aldeamento em milhares de metros quadrados.

a) Qual será a produção das duas empresas (em milhares de voos anuais e área construída do aldeamento) se estas funcionarem de forma independente. Quais são os lucros? Admitindo que a soma dos lucros mede correctamente o bem-estar social, este resultado é socialmente óptimo? Caso contrário, as produções socialmente óptimas são menores ou maiores?

b) Suponha que o governo manda encerrar o aeroporto. O bem-estar social baixa ou aumenta? Em quanto?

c) Suponha que o governo decide mandar o aeroporto operar o número de voos socialmente óptimo? Qual seria o efeito sobre o bem-estar?

d) Poderia o governo atingir o mesmo objectivo com um imposto ou um subsídio? Qual deveria ser o imposto ou subsídio em caso afirmativo? Qual seria o impacto desta medida nos lucros das empresas?

e) Após um longo processo litigioso os tribunais decidiram que o aeroporto, como já estava em operação quando o aldeamento foi construído, é livre de operar os voos que quiser sem pagar quaisquer impostos extraordinários ou compensações. Poderiam as duas partes chegar a um acordo de modo a produzir as quantidades socialmente óptimas

f) Qual seriam as diferenças se os tribunais tivessem decidido que o aeroporto necessitaria do consentimento do aldeamento para operar qualquer voo? Quantifique a sua resposta tanto quanto possível.

g) Discuta a relevância do teorema de Coase, em geral e neste caso particular.

2 Comente as seguintes frases atribuindo-lhe o valor lógico que achar correcto ou dizendo que nada se pode concluir sobre o seu valor lógico.

a) “Na presença de externalidades positivas na produção, o mercado competitivo oferece uma quantidade menor do que a socialmente óptima do bem em questão. Isto ocorre porque a quantidade oferecida é tal que o valor do benefício social marginal é menor do que o benefício privado marginal”.

b) “Em mercados com externalidades, se os direitos de propriedade são atribuídos sem ambiguidade e se as partes podem negociar sem custos, o Teorema de Coase demonstra que a distribuição dos direitos de propriedade não tem quaisquer consequências distributivas”.

3 Admita que a procura de mercado de um bem X é dada por p=100-X. O custo marginal privado de produzir X é CMgP = 10 + X. A produção do bem X gera um nível de poluição cujo custo marginal externo é igual a X.

a) Admitindo que o mercado do bem X é competitivo determine a taxa de imposto pigouviano que permite alcançar o óptimo social.

b) Admita agora que o mercado do bem X passa a funcionar em regime de monopólio. Na ausência de qualquer tipo de regulação da externalidade o nível de bem-estar social será maior ou menor do que se verificava em concorrência perfeita? Justifique calculando a perda de bem-estar social em ambas as formas de funcionamento de mercado.

4 O mercado de um dado produto X é representado pelas seguintes curvas de oferta e procura (inversas):

$$D^{-1}: \ p = 40 - X$$
$$S^{-1}: \ p = 10 + 0.5\,X$$

Sabe-se que a produção de X gera um custo externo para a sociedade de 10 euros por unidade produzida.

a) Determine o nível socialmente óptimo de produção do bem X e compare com o nível atingido no óptimo privado.

b) Caracterize e quantifique a intervenção do Estado que possibilita a internalização da externalidade. Calcule a redução do custo externo resultante dessa política bem assim como a receita fiscal obtida.

C) Determine e represente graficamente o ganho líquido para a sociedade da política definida em b).

5 No bairro da Lapa abriu recentemente uma "boutique de pão". A procura (inversa) que lhe é dirigida é dada por p=200-2Q e o seu custo total de produção por CT(Q)= 50Q. O forno utilizado pela "boutique de pão" funciona a carvão pelo que emite um poluente para a atmosfera. Estudos efectuados possibilitaram medir o custo desse poluente como sendo de 0.25Q por unidade produzida. Por outro lado, os residentes beneficiam de uma externalidade positiva pelo facto de cada manhã beneficiarem do cheiro a pão acabado de fazer. O benefício marginal externo é estimado como igual a 12.

a) Determine a quantidade de pão produzida pela "boutique de pão" e qual a quantidade eficiente que deveria produzir.

b) Justifique detalhadamente o desvio entre a quantidade produzida pela "boutique de pão" e a quantidade socialmente óptima.

6 No vale do rio das pérolas foram construídas nos últimos anos centenas de vivendas. Numerosos proprietários dessas vivendas utilizam fertilizantes nos seus relvados privativos. Quando chove os fertilizantes infiltram-se na terra e acabam por ir ter ao rio, diminuindo fortemente a quantidade de peixe aí existente. Esta diminuição dos recursos piscatórios afecta gravemente o rendimento de uma pequena comunidade piscatória que desde sempre fez da pesca no rio das pérolas o seu modo de vida. Discuta a validade da solução preconizada por Coase para obrigar os proprietários das vivendas a internalizar a externalidade associada à sua utilização dos fertilizantes.

7 A oferta de mercado de uma indústria competitiva é dada por p = Q. A procura agregada nesse mercado é representada por p = 100 - Q. A produção do bem produzido por essa indústria gera um poluente que representa um custo social de 1 euro por unidade produzida. Como resposta às críticas dos ambientalistas o governo decidiu impor nesse mercado um imposto unitário de 2 euros.

a) Determine se a política seguida aumentou ou diminuiu o bem-estar social.

b) Determine o valor do imposto pigouviano que permitiria maximizar o bem-estar social.

c) Quantifique com uma medida apropriada a variação do bem-estar social que a política pigouviana permitiria relativamente às situações anteriores.

8 Suponha que no mercado do bem X a procura é caracterizada por P = 100 – Q. O custo marginal privado de produzir X é dado por 10 + Q. Sabe-se que a produção do bem X gera uma externalidade negativa que é função do volume de produção e quantificável como 0.5 Q.

a) Determine a quantidade produzida e o preço de equilíbrio se não se verificar qualquer regulamentação do mercado do bem X.

b) Determine a quantidade socialmente óptima do bem X e o respectivo preço de equilíbrio.

c) Suponha que o Governo decide intervir neste mercado de forma a assegurar o seu funcionamento eficiente do ponto de vista da sociedade através da imposição de uma taxa de imposto pigouviano sobre a produção de X. Qual deve ser o valor do imposto a aplicar a cada unidade de X e qual a Receita Fiscal a obter.

9 Considere uma empresa de tintas que produz um poluente que afecta a população que vive na vizinhança. A produção do poluente, Z , é directamente proporcional ao output da fábrica, q, isto é $Z = q$. O custo externo (*CE*) anual causado pela poluição pode ser expresso pela função: $CE = Z^2$. Dado que a poluição não é objecto de qualquer controlo, o benefício anual (*B*) da empresa, daí resultante, é de $B = 20\,q - q^2$.

a) Indique, algébrica e graficamente, o nível de poluição e o dano causado à população pela actividade anual da empresa.

b) O Estado pretende aplicar uma política correctora que, de forma eficiente, reduza a poluição. Qual o instrumento a aplicar, o seu valor e qual o nível de poluição óptima?

10 As empresas X e Y operam num Mercado de concorrência perfeita e têm funções de lucro π_Y = 90y – 0.5y^2 + 40x – 0.5x2 e π_X = 120x – 0.5x^2, onde x e y são as quantidades produzidas pelas empresas X e Y respectivamente. Nenhuma outra pessoa ou entidade é afectada pelas actividades destas empresas.

a) Explique a natureza da externalidade entre as duas empresas.

b) Quanto produzirá cada uma e quais os seus lucros se decidirem independentemente? Qual é o efeito marginal da produção da empresa X sobre os lucros da empresa Y? Sem cálculos adicionais explique se este resultado é eficiente à Pareto.

c) Quais são as quantidades socialmente óptimas? Quais são os efeitos marginais da produção da empresa X no seu lucro e no lucro da empresa Y. Explique a relação entre eles.

d) Que imposto ou subsídio induziria as empresas a produzirem as quantidades socialmente óptimas.

e) Suponha que as actividades das empresas não estão sujeitas a quaisquer restrições legais, impostos ou subsídios. Seria possível às empresas chegarem a um acordo que levasse à produção das quantidades socialmente óptimas? Haveria necessidade de uma empresa compensar a outra? Dentro de que limites teria de estar essa compensação?

f) Como se alteraria a sua resposta à alínea anterior se cada empresa necessitasse to consentimento da outra para a prejudicar?

11 A Anna e a Bess têm 24 horas para escrever um trabalho conjunto sobre a provisão de bens públicos óptima à Pareto. Seja A o número de horas que a Anna dedica ao projecto e B o número de horas dedicadas pela Bess. A nota do trabalho (de 1 a 100) é uma função, 23 ln (A + B), da soma das horas que elas dedicam ao projecto. Se a Anna dedicar A horas, ficará com $24 - A$ para lazer. A função de utilidade da Anna é $u_A = 23\ ln(A + B) + \ln(24 - A)$; e a da Bess é is $u_B = 23\ ln\ (A + B) + ln\ (24 - B)$.

a) Se elas decidirem o número de horas a dedicar ao projecto simultânea e independentemente, qual é o equilíbrio de Nash? Que nota obterão?

b) Quantas horas deveria cada uma delas dedicar ao trabalho para maximizar a soma das suas utilidades? Que nota obteriam? Este resultado é eficiente à Pareto?

c) Já sabe que quando o custo de oportunidade do bem público é uma unidade do bem privado (como neste caso) a provisão óptima do bem público exige que a soma das taxas marginais de substituição dos agentes seja 1. Explique, sem fazer contas, se o resultado correcto da alínea anterior respeita esta condição. Calcule a soma das taxas marginais de substituição para confirmar a sua resposta.

d) Existem números de horas diferentes do resultado da alínea b) que sejam eficientes à Pareto? Qual é condição geral de optimalidade à Pareto neste caso?

12 O objectivo deste exercício é mostrar que se os indivíduos tiverem as mesmas preferências Cobb-Douglas relativamente a um bem público e a um bem privado, a quantidade socialmente óptima do bem público não depende na maneira como o seu custo é partilhado pelos indivíduos. Para simplificar considere só dois indivíduos. Cada um tem a função de utilidade $u_i(G, x_i) = a\ lnG + b\ lnx_i$, onde G é a quantidade do bem público e x_i a do bem privado consumida pelo indivíduo i. Cada um tem rendimento m_i e contribui com g_i para o financiamento do bem público, portanto $G = g_1 + g_2$. Por uma questão de simplicidade admita que os preços dos bens, público e privado, são ambos 1.

a) Escreva a restrição orçamental de cada indivíduo

b) Qual é a taxa marginal de substituição de cada indivíduo?

c) Escreva a condição para a quantidade socialmente óptima do bem público.

d) Resolva a condição acima para encontrar a quantidade socialmente óptima do bem público como função de m_1, m_2, a e b. (Lembre-se que $x_i = m_i - g_i$ e $g_1 + g_2 = G$.)

13 A Ana e a Bela vivem no fim de uma estrada de terra batida. A utilidade de cada uma delas depende do total gasto na manutenção da estrada e do dinheiro que resta a cada uma para tudo o resto. A manutenção da estrada é suportada exclusivamente por elas. As suas funções de utilidade são $u_A = 0.4\ ln\ G + ln\ x_A$ e $u_B = 0.1\ ln\ G + ln\ x_B$, onde G é o total gasto com a estrada, e x_i é o dinheiro que sobra a cada vizinha i depois de contribuir para a manutenção da estrada. O rendimento da Ana é 150 e o da Bela é 300.

a) Comece por admitir que as vizinhas decidem simultânea e independentemente quanto contribuir para a manutenção da estrada. Obtenha o equilíbrio de Nash.

b) No equilíbrio de Nash anterior, que quantidade de bem privado está a Ana disposta a sacrificar para obter uma unidade adicional de bem público? E a Bela? O equilíbrio de Nash é eficiente à Pareto? Explique.

c) Agora as vizinhas decidem cooperar. Primeiro pensaram em contribuir com montantes iguais para a manutenção da estrada. Qual é o valor óptimo da contribuição na ótica da Bela? (*Sugestão*: ela agora presume que na sua função de utilidade g_A vai ser igual a g_B.) As vizinhas prefeririam esta solução ao equilíbrio de Nash anterior? Esta solução é eficiente à Pareto? Se não for, a eficiência à Pareto exigiria mais ou menos bem público? (*Sugestão*: Veja o valor das taxas marginais de substituição.)

d) Quanto desejaria a Ana contribuir se a Bela contribuísse o mesmo montante? Elas prefeririam este resultado ao equilíbrio da alínea a)? O resultado é eficiente à Pareto? Se não for, deveria haver mais ou menos bem público?

e) Dados os problemas com as soluções anteriores, a Ana e a Bela pedem-lhe a si que determine a quantidade de bem público eficiente à Pareto sujeito à condição de ambas partilharem igualmente o seu custo. Seria este resultado preferível, para ambas, ao da alínea a)? Dada a quantia que cada uma paga por unidade de bem público, desejaria cada uma delas o mesmo montante de bem público que achou acima, ou mais ou menos do que esse montante?

f) Agora a Ana e a Bela decidem explorar a possibilidade de contribuírem para a manutenção da estrada proporcionalmente aos respectivos rendimentos. Que proporção t dos seus rendimentos garantiria eficiência à Pareto? Dada a quantia que cada uma paga por unidade de bem público, desejaria cada uma delas o montante de bem público que achou acima, mais ou menos?

g) Dadas as objecções das vizinhas a cada uma das soluções anteriores, você propõe o seguinte. Define para cada vizinha um preço personalizado, ou seja, a quantia que cada uma vai pagar por cada euro gasto na manutenção da estrada. Naturalmente os preços têm que somar 1, o custo marginal do bem público. Como conhece a função de utilidade de cada uma, pode prever a quantidade de bem público que cada uma vai desejar dados os preços que definir. Portanto, estabelece preços tais que ambas as vizinhas desejem a mesma quantidade de bem público e esta seja eficiente à Pareto. Quais são os preços e a quantidade óptima do bem público?

h) Por que razão diferentes modos de financiamento do bem público levam a diferentes quantidades eficientes à Pareto?

i) Alguma das vizinhas tem incentivo para contribuir menos para o bem público (free ride) nalguma das soluções anteriores, se acreditasse que a outra não alteraria a sua contribuição?

C. Respostas às questões de Escolha Múltipla

1b 2d 3a 4c 5c 6c 7c 8a 9d 10b 11b.

D. Tópicos de resolução das questões abertas

1 Os voos provocam uma externalidade negativa no aldeamento. Por exemplo, o ruído dos aviões obriga o aldeamento a reduzir as suas tarifas.

a) A = 20, C = 18, π_A = 400, π_C = 324. O resultado não é socialmente óptimo. Os voos provocam um custo externo, logo o número de voos socialmente óptimo é menor. Nesse caso o lucro marginal do aldeamento aumenta e por isso o seu nível de produção óptimo também aumenta.

b) Se A = 0, C = 28, π_A = 0, π_C = 784, logo o bem-estar aumenta em 60.

c) A maximização do lucro total resulta em A=8, C=24, π_A = 256, π_C = 576, e o lucro total é de 832, maior do que anteriormente.

d) O óptimo social pode ser obtido com um imposto por voo igual ao custo marginal externo dos voos no nível de produção óptimo, que é de 24 euros por voo (ou de alguns cêntimos por passageiro!). Isto reduziria o lucro total do aeroporto, no montante do total do imposto a pagar (24 x 8 = 192), para 64 (milhares de euros).

e) Neste caso, o resultado socialmente óptimo maximiza o lucro total. Por isso ambas as partes beneficiam com o acordo. Sem qualquer acordo ter-se-iam os resultados da alínea b). Ambas as partes beneficiam com a redução do número de voos para 8 (milhares) desde que o aldeamento pagasse ao aeroporto mais do que 144 e menos do que 254. Alternativamente uma das empresas poderia comprar a outra ou poderiam fundir-se.

f) A única diferença reside na distribuição dos lucros. Agora, sem acordo, ter-se-iam os resultados da alínea d). Logo o aeroporto pode pagar mais do que 208 e menos do que 400 para induzir o aldeamento a deixá-lo operar 8 milhares de voos por ano, e ambos beneficiariam. No caso de uma fusão ou de uma empresa comprar a outra, o valor do aldeamento seria maior do que no caso anterior, e o do aeroporto seria menor.

g) Em muitas situações de interesse, senão na maioria, a negociação directa não é, na prática, possível porque há demasiadas partes envolvidas. Porém, neste caso isto não seria um problema.

2 a) A afirmação é falsa. Na presença de externalidades positivas na produção é verdade que o nível de produção é sub-óptimo (ver gráfico) mas o beneficio marginal externo é maior que zero pelo que:

$$p + BMg^E = CMgP \ \rightarrow \ BMg^E > CMgP$$

b) A afirmação é falsa. O Teorema de Coase assegura que em mercados com externalidades, se os direitos de propriedade são atribuídos sem ambiguidade e se as partes podem negociar sem custos, então é possível internalizar as externalidades e atingir o óptimo social. Do ponto de vista distributivo o agente a quem são conferidos os direitos de propriedade têm vantagens óbvias comparativamente aquele a quem os direitos não foram conferidos.

3 a) A quantidade óptima do bem X é determinada fazendo CMgP + CMgE = p e (10 + X) + X = 100 – X.
A quantidade socialmente óptima é X*= 30. No óptimo social o custo marginal externo é dado por CMgE (X*)=30. A taxa pigouviana deve ser estabelecida a um nível de 30 um por unidade produzida.

b) Em concorrência perfeita o óptimo privado é obtido fazendo CMgP=p isto é:
10+X = 100-X → X* = 45
A perda de bem-estar social em concorrência perfeita é dada por:
DWL = [½ * (45-30) * (70-55)] + [½ * (45-30) * (100-70)] = 337.5
Em monopólio o óptimo privado é obtido fazendo CMgP = Rmg, isto é:
RMe= 100 – X → RT = 100X – X^2 → RMg=100 – 2X
10+X= 100-2X → 3X = 90 → X*=30
A quantidade produzida em monopólio sem regulação é igual à quantidade socialmente óptima pelo que não existe DWL.
Conclusão: No óptimo privado o bem-estar social é maior em monopólio do que em concorrência perfeita.

4 a) Óptimo Social:

$$p = CMgP + CMgE$$
$$(40 - X) + 0 = (10 - 0.5X) + 10$$
$$X^S = \frac{40}{3} = 13.333$$

Óptimo Privado:

$$p = CMgP$$
$$(40 - X) = (10 - 0.5X)$$
$$X^P = 20$$

b) $t = CMgE\,(X^S) = 10$

Redução do Custo Externo $RCE = \left(20 - \frac{40}{30}\right)(10) = \frac{200}{3} = 66.667$

Receita Fiscal $RF = \left(\frac{40}{3}\right)(10) = \frac{400}{3} = 133.333$

c) Óptimo Privado $X = 20 \quad P = 20$

$$W = EC + EP - CE$$
$$W = \frac{1}{2}(20)(20) + \frac{1}{2}(10)(20) - (10)(20) = 100$$

Óptimo Social $X = \frac{40}{3} \quad P^s = \frac{50}{3} \quad p^d = \frac{80}{3}$

$$W = EC + EP + RF - CE$$
$$W = \frac{1}{2}\left(40 - \frac{80}{3}\right)\left(\frac{40}{3}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{50}{3} - 10\right)\left(\frac{40}{3}\right) + \left(\frac{40}{3}\right)(10) - \left(\frac{40}{3}\right)(10) = \frac{400}{3} = 133.333$$

O benefício líquido é de $\frac{\mathbf{100}}{\mathbf{3}} = \mathbf{33.333}$

5 a) Óptimo Social:

$$CMgP + CMgE = p$$

$$(200 - 2Q) + 12 = (50) + 0.25Q \implies Q = 72$$

Óptimo Privado:

$$CMgP = p \implies (200 - 2Q) = 50 \implies Q = 75$$

b) Neste caso temos simultaneamente externalidades positivas e negativas. A existência de uma externalidade negativa gera sobreprodução e a existência de uma externalidade negativa subprodução. Como neste caso temos que $Q^S < Q^P$, podemos afirmar que a externalidade negativa se sobrepõe à externalidade positiva.

6 O teorema de Coase diz que estando bem definidos os direitos de propriedade e não existindo custos de negociação (ou a existirem não serem significativos) as externalidades podem ser internalizadas através da negociação entre os agentes envolvidos.
Neste caso, os direitos de propriedade não estão bem definidos nem os custos de negociação são negligenciáveis.
Não existem direitos de propriedade claros sobre o rio que está a ser contaminado. O largo número de proprietários de vivendas e a dificuldade de determinar aquilo que cada um deles polui torna a negociação difícil e com elevados custos.

7 a) Óptimo privado

$$p = CMgP \implies 100 - Q = Q \implies Q^{P*} = 50 \implies P^* = 50$$

$$E = EC + EP - CE = \left[\frac{1}{2}(50*50)\right] + \left[\frac{1}{2}(50*50)\right] - (1*50) = 2450$$

Óptimo privado com t=2

$$p = CMgP + t \implies 100 - Q = Q - 2 \implies Q^{P*} = 49 \implies P^{D*} = 51 \; e \; P^{S*} = 49$$

$$E = EC + EP + RF - CE = \left[\frac{1}{2}(49*49)\right] + \left[\frac{1}{2}(49*49)\right] + (2*49) - (1*49) = 2450$$

Conclusão: o bem-estar social ficaria inalterado.

b) Política Pigouviana $\quad t^* = CMgE\left(Q^{[*S]}\right) = 1$

c) Óptimo social com t=1

$$p = CMgP + t^* \implies 100 - Q = Q - 1 \implies Q^{S*} = 49.5 \implies P^{D*} = 50.5 \; e \; P^{S*} = 49.5$$

$$E = EC + EP + RF - CE = \left[\frac{1}{2}(49.5*49.5)\right] + \left[\frac{1}{2}(49.5*49.5)\right] + (1*49.5) - (1*49.5) = 2450.25$$

Logo, o bem-estar social, tal como medido pelo excedente total, aumenta 0,25 em relação às duas situações anteriores.

8 a) O óptimo Privado corresponde à igualdade *CMgP = p*.
100 – Q = 10 + Q => Q = 45 => P* = 55.*

b) O óptimo Social corresponde à igualdade *p = CMgP + CMgE*

100 – Q = (10 + Q) + (0.5 Q)

100 – Q = 10 + 1.5 Q => Q = 36 => P* = 64*

c) O governo deve impor uma taxa pigouviana igual ao custo marginal externo no óptimo social:

*taxa de imposto pigouviano : 0.5Q = 0.5 * 36 = 18 ; RF = 18*36 = 648.*

9 a) Como $Z = q$ temos que: $CE = Z\,q = Z^2$. O benefício que a empresa retira da poluição é dado por $BE = 20q - q^2 = 20Z - Z^2$.

No óptimo privado a empresa de tintas vai produzir e emitir poluente enquanto o benefício que daí retira for positivo, isto é:

$$\underset{Z}{Max}\ BE = 20Z - Z^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial BE(Z)}{\partial Z} = 20 - 2Z = 0$$

$$\Rightarrow Z^{*Privado} = 10$$

$$\Rightarrow CE = Z^2 = 10^2 = 100$$

No óptimo social temos:

$$CMgE = BMgE \quad \Leftrightarrow \quad 2Z = 20 - 2Z$$

$$\Rightarrow Z^{*Social} = 5$$

$$\Rightarrow CE = (5)^2 = 25$$

b)

$$t^* = CMgE\left(Z^{*Social}\right)$$

$$t^* = 2\left(Z^{*Social}\right) = 2(5)\ 10$$

Com $t^* = 10$ a empresa produz no óptimo social:

$$t^* = 10 \Rightarrow BE(Z) = 20Z - Z^2 - 10\,Z = 10Z - Z^2$$

$$Max\ BE(Z) \Rightarrow \frac{\partial\ BE(Z)}{\partial Z} = 0 \Rightarrow 10 - 2Z = 0 \Rightarrow Z^* = 5 = Z^{*Social}$$

10 a) A empresa X provoca uma externalidade positiva na empresa Y se produzir menos do que 80 e uma externalidade negativa se produzir mais do que 80.

b) x = 120, π_X = 7.200, y = 90, π_X = 1.650. $\partial\pi_Y/\partial x = 40 - x$, que é igual a –80 para x = 120. A empresa X aumenta a sua produção até

c) x = 80, y = 90. A estes níveis de produção $\partial\pi_Y/\partial x$ = -40 e $\partial\pi_X/\partial x$ = 40. Assim para produzir no nível socialmente óptimo (maximizando o lucro conjunto) a empresa *X* deverá expandir a produção apenas enquanto uma unidade adicional faz aumentar o seu próprio lucro mais do que faz diminuir o lucro da empresa Y.

d) Um imposto de 40 por unidade de produto da empresa X, igual ao custo marginal que provoca na empresa Y.

e) No óptimo social π_X = 6.400, y = 90, π_Y = 4.050. Assim, relativamente à situação anterior π_X diminui em 800 e π_Y aumenta em 2400. Ambas as empresas beneficiam se a empresa Y pagar à empresa *X* mais do que 600 e menos do que 2400.

f) A externalidade torna-se negativa apenas quando x aumenta acima de 80. Assim a empresa Y pode impedir que a empresa X produza mais do que 80. Mas com x=80 (e y=90) maximizam o lucro total e, por isso, neste caso não seria necessário nenhum acordo. A empresa X, também não poderia produzindo mais, ganhar o suficiente para compensar a empresa Y pelos danos causados pela produção extra.

Há uma outra possibilidade. O lucro da empresa Y é maximizado quando x=40. Com x>40 há um custo marginal externo $\partial\pi_Y/\partial x$ < 0. Assim a empresa Y poderia argumentar que fica prejudicada quando a empresa X aumenta a sua produção para além de 40 e, portanto, que a empresa X só o deveria poder fazer se tivesse o consentimento da empresa Y para esse efeito. Se esta visão prevalecer em tribunal e a empresa X produzir apenas 40, ter-se-á π_X = 4.000, y = 90, π_Y = 4.850. Se, alternativamente, a empresa X produzir no óptimo social os seus lucros aumentam em 2.400 e os da empresa Y caem em 800. Por isso se a empresa X pagar mais do que 800 e menos do que 2400 à empresa Y ambas sairão beneficiadas.

11 a) Num equilíbrio de Nash cada pessoa maximiza a sua utilidade tomando o número de horas que a outra trabalha como dado. A função de melhor resposta da Ana é $A = 23 - B/24$, e a de Bess é $B=23 - A/24$. Estas funções interceptam-se em $A = B = 22.08$. A nota será 87.1.

b) $A = B = 23$. A nota será 88.1 (uma hora a menos de sono por cada valor adicional). Este resultado maximiza a soma das utilidades. Logo não é possível aumentar a utilidade de nenhuma delas sem que a outra fique pior. O resultado é eficiente à Pareto.

c) A condição de a soma das taxas marginais de substituição ser 1 (ou qualquer que seja o custo de oportunidade do bem público em termos do bem privado) é a condição necessária para a provisão do bem público ser óptima à Pareto. Como o resultado anterior é óptimo à Pareto tem de preencher esta condição.

$MRS_A=(\partial u_A/\partial A)/(\partial u_A/\partial(24–A)) = (23/(A+ B))/(1/(24 - A)) = 23(24 - A)/(A+ B)$, e de forma semelhante para a Bess; isto é 0.5 para $A = B = 23$, e o mesmo para Bess; portanto a sua soma é 1.

d) $MRS_A + MRS_A = 1 \Leftrightarrow A + B = 46$. Portanto existe eficiência à Pareto desde que $A + B = 46$. É claro que $A, B \leq 24$.

12 a) $x_i + g_i = m_i$.

b) $MRS_i = MU_G/MU_{xi} = ax_i/(bG)$.

c) $ax_1/(bG) + ax_2/(bG) = 1$.

d) $G = a(m_1 + m_1)/(a + b)$.

13 a) naximiza a sua função de utilidade $0.4\ln(g_A + g_B) + \ln x_A$. A sua função de melhor resposta é is $g_A = (60 - g_B)/1.4$. Analogamente para a Bela, $g_B = (30 - g_A)/1.1$. As funções de melhor resposta intercetam-se em $g_A = 66.67$ e $g_B = - 33.33$. Assim a Bela não contribui (contribui com 0),e a melhor resposta da Ana é $g_B = 0$ is 42.857.

b) $MRS_A = 1$, $MRS_B = 0.7$. Não é eficiente à Pareto. Em conjunto estariam dispostas a abdicar de uma maior quantidade do bem privado para ter uma unidade do bem público, 1.7.

c) A Bela preferiria que cada uma contribuísse com 27.273. Ela ficaria pior (u_B = 5.939, menos do que u_B = 6.08 que obteria se apena a Ana contribuísse 42.857); Ana ficaria melhor. MRS_A = 0.9, MRS_B = 0.5, logo a quantidade do bem público continua a ser menor do que o requerido para haver eficiência à Pareto.

d) A Ana preferiria que cada uma contribuísse com 42.857 (o mesmo que se a Bela contribuísse com zero) Ana ficaria melhor do que se ela contribuísse sozinha com 42.857, mas a Bela ficaria pior. MRS_A = 0.5, MRS_B = 0.3, logo agora existe demasiado bem público para haver eficiência à Pareto.

e) $MRS_A + MRS_B = 1$, depois de substituir $x_i = m_i - G/2$, vem $G = 72$. A Ana fica melhor, mas mais uma vez a Bela preferiria não contribuir com nada e que a Ana contribuísse com 42.857. Cada uma paga €0.50 por cada €1 gasto na estrada. Isto é menos do que a Ana está disposta a pagar, MRS_A = 0.633, e mais do que a Bela está disposta a pagar, MRS_B = 0.3667. Logo a Ana quereria mais bem público (já sabíamos que se partilhassem as despesas igualmente ela preferiria 2 x 42.857), e a Bela preferiria menos.

f) $MRS_A + MRS_B = 1$, após substituir $G = t(m_A + m_B)$ e $x_i = (1 - t)m_i$, vem $t = 1/6$, e $G = 75$. Agora a Ana paga 1/3 por cada unidade de bem público, o que é menos do que a sua *MRS*, 0.3667, logo ela preferirá mais bem público. A Bela paga 2/3 por cada unidade, duas vezes mais do que a sua *MRS*, logo quereria ter menos bem público.

g) Seja p_i o preço que cada vizinho i paga por unidade (euro) de bem público. Como o preço do bem privado é 1, a quantidade de bem público que cada vizinho i deseja ao preço p_i, é tal que $MRS_i = p_i$. Substituindo $x_i = m_i - p_iG$ na equação anterior e resolvendo para p_i vem $p_A = 60/(1.4G)$ para a Ana e $p_B = 30/(1.1G)$ para a Bela. A eficiência à Pareto exige $MRS_A + MRS_B = 1$. Como $MRS_i = p_i$, $60/(1.4G) + 30/(1.1G) = 1$, o que dá $G = 70.13$. Substituindo na curva inversa da procura de G vem $p_A = 0.6111$ e $p_B = 0.3889$.

h) Dada uma mesma quantidade de bem público, a existência de diversas formas de financiamento altera o montante do bem privado e, por aí, as suas taxas marginais de substituição. Contudo nalguns casos a soma das taxas marginais de substituição não se altera e por isso a quantidade óptima do bem público também não. Ver o exemplo do exercício anterior.

i) Excepto no caso da Ana na alínea a) ambas têm sempre incentivo para contribuir menos para o bem público (free ride), porque cada uma tem uma taxa marginal de substituição menor do que 1, isto é, cada uma delas está disposta a abdicar de uma unidade do bem público por menos do que uma unidade do bem privado.